

受付 ID	17a17
分野	素粒子

格子 QCD 計算への応用に向けたテンソル繰り込み群法の開発

Development of tensor renormalization group methods
toward lattice QCD simulations

藏増 嘉伸

筑波大学計算科学研究センター

1. 研究目的

テンソルネットワーク (TN) スキームとは、多体問題をテンソルネットワーク形式によって定式化し、高精度解析を行う一群の理論的・計算手法的枠組みである。既存の数値計算手法 (モンテカルロ法など) と異なり、(i) グラスマン数を直接扱えること、(ii) 計算コストの体積依存性が対数的であること、(iii) 原理的に符号問題・複素作用問題がないこと、などの魅力的な特徴を有している。本研究の目的は、TN スキームにおけるラグランジアン形式に基づくアプローチの一つであるテンソル繰り込み群を進展させ、4次元格子 QCD 計算に適用可能なアルゴリズムを開発することである。現在までのところ2次元格子 Schwinger モデル (2次元格子 QED) の解析に成功しており、今後の課題として、(i) 非可換ゲージ理論への拡張、(ii) 高次元モデルへの応用、(iii) 物理量計算のための手法開発、(iv) 素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、という4つの課題が挙げられる。

2. 研究成果の内容

平成29年度は、主に課題(iii)物理量計算のための手法開発に注力した。具体的には、前年度開発したグラスマン高次テンソル繰り込み群を用いたフェルミオングリーン関数の計算手法の開発に取り組んだ。計算手法の有効性を確かめるために、3次元自由 Wilson フェルミオン系でのフェルミオン1点関数と2点関数の計算を行い、解析解との比較を試みた。図1(左)は、 256^3 格子サイズにおけるフェルミオン1点関数と解析解との比較を Wilson フェルミオンの質量パラメータ m の関数としてプロットしたものである。 D_{cut} はグラスマン高次テンソル繰り込み群において計算精度をコントロールするパラメータであり、原理的に D_{cut} が大きいほど数値精度が向上する。ここでは、 $D_{\text{cut}}=14\sim 22$ を採用した。 $m=2$ での相対誤差は0.1%程度であるが、 $m=0$ の近傍では5%程度の誤差であり、質量が小さくなるに誤差が大きくなっていくことがわかる。このことから、計算手法の正しさは実証できているが、今後質量が軽い領域における計算精度向上のための改良策が必要と考えられる。また、図1(右)は、 256^3 格子サイズにお

けるフェルミオン 2 点関数と解析解との比較を距離 R の関数としてプロットしたものである. $R=4$ 程度までは良い精度で解析解を再現できていることがわかる. $R=8$ では解析解からのズレが確認されるが, そもそも $R=8$ では 2 点関数の値そのものが非常に小さいため, 高精度計算が難しいと考えられる.

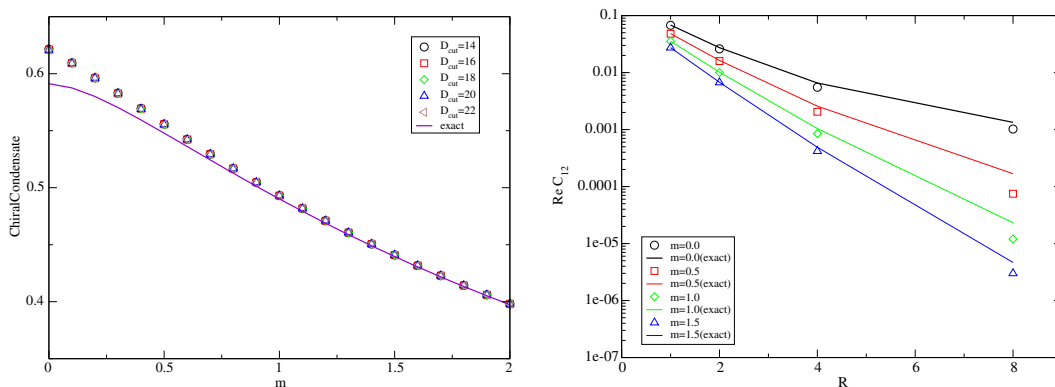


図 1: 256^3 格子サイズにおける 3 次元自由 Wilson フェルミオン系のフェルミオン 1 点関数(左)と 2 点関数(右). 左図の横軸 m は Wilson フェルミオンの質量パラメータ. 右図の横軸 R は 2 点関数における相対距離.

3. 学際共同利用として実施した意義

TN スキームに基づくアルゴリズムでは, 一般に, 特異値分解に基づいた重要度の高い自由度の選択とブロック変換の一種による疎視化を組み合わせた手続きを反復する. 計算コストの最も重い部分は, 疎視化過程におけるテンソルの縮約計算であるが, この計算については, HA-PACS の演算加速機構である GPU や COMA の演算加速機構である KNC を用いて密行列積演算として高速に実行することが可能である. そのため, 本学際共同利用における HA-PACS や COMA の利用は, TN スキームに基づく数値計算にとって極めて有用である.

4. 今後の展望

引き続き, (i)非可換ゲージ理論への拡張, (ii)高次元モデルへの応用, (iii)物理量計算のための手法開発, (iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用, という 4 つの方向性で研究開発を継続していく.

5. 成果発表

(1) 学術論文

“Tensor Network Formulation for Two-Dimensional Lattice $N=1$ Wess-Zumino Model”,

Daisuke Kadoh, Yoshinobu Kuramashi, Yoshifumi Nakamura, Ryo Sakai,

Shinji Takeda and Yusuke Yoshimura,
JHEP 1803(2018)141.

“Calculation of Fermionic Green Functions with Grassmann Higher-Order
Tensor Renormalization Group”,
Yusuke Yoshimura, Yoshinobu Kuramashi, Yoshifumi Nakamura, Ryo Sakai
and Shinji Takeda,
Phys. Rev. D97(2018)054511.

“Berezinskii-Kosterlitz-Thouless Transition in Lattice Schwinger Model with
One-Flavor of Wilson Fermion”,
Yuya Shmizu and Yoshinobu Kuramashi,
Phys. Rev. D97(2018)034502.

“Application of Tensor Network Method to Two-Dimensional Lattice N=1
Wess-Zumino Model”,
R. Sakai, D. Kadoh, Y. Kuramashi, Y. Nakamura, S. Takeda and Y. Yoshimura,
EPJ Web Conf. 175(2018)11019.

(2) 学会発表

[口頭発表]

Yusuke Yoshimura,
“Development of Grassmann higher order tensor renormalization group”,
The 35th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2017),
Granada Conference and Exhibition Centre, Granada, Spain, June 18-24,
2017.

Ryo Sakai,
“Application of tensor network method to two dimensional lattice N=1 Wess-
Zumino model”,
The 35th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2017),
Granada Conference and Exhibition Centre, Granada, Spain, June 18-24,
2017.

(3) その他

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース※	
		当初配分	追加配分
HA-PACS/TCA	○	14400	0
COMA	○	25920	0
Oakforest-PACS	○	10000	0
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。			