

受付 ID	16a28
分野	素粒子

格子 QCD 計算への応用に向けたテンソル繰り込み群法の開発

Development of tensor renormalization group methods
toward lattice QCD simulations

藏増 嘉伸

筑波大学計算科学研究センター

1. 研究目的

テンソルネットワーク (TN) スキームとは、多体問題をテンソルネットワーク形式によって定式化し、高精度解析を行う一群の理論的・計算手法的枠組みである。既存の数値計算手法 (モンテカルロ法など) と異なり、(i) グラスマン数を直接扱えること、(ii) 計算コストの体積依存性が対数的であること、(iii) 原理的に符号問題・複素作用問題がないこと、などの魅力的な特徴を有している。本研究の目的は、TN スキームにおけるラグランジアン形式に基づくアプローチの一つであるテンソル繰り込み群を発展させ、4次元格子 QCD 計算に適用可能なアルゴリズムを開発することである。現在までのところ2次元格子 Schwinger モデル (2次元格子 QED) の解析に成功しており、今後の課題として、(i) 非可換ゲージ理論への拡張、(ii) 高次元モデルへの応用、(iii) 物理量計算のための手法開発、という3つの課題が挙げられる。

2. 研究成果の内容

平成28年度は、主に課題(ii)高次元モデルへの応用に注力し、グラスマン高次テンソル繰り込み群の開発を行った。高次テンソル繰り込み群は、高次元(3次元以上)モデルに応用可能なアルゴリズムとして考案された方法であるが、これまでその対象はボゾン系のみに限られていた。しかしながら、素粒子物理において興味深いモデルはフェルミオンを含んでおり、グラスマン数を扱えるようにすることは必須要件である。そのため、高次テンソル繰り込み群をグラスマン数も扱えるように拡張し、アルゴリズムの正しさと数値精度を確かめるために、3次元自由 Wilson フェルミオン系の自由エネルギー計算を行った。図1(左)は、 128^3 格子サイズにおける自由エネルギーの解析解との相対誤差の絶対値 δ を Wilson フェルミオンの質量パラメータ m の関数としてプロットしたものである。D はグラスマン高次テンソル繰り込み群において計算精度をコントロールするパラメータであり、原理的に D が大きいほど数値精度が向上する。ここでは、D=6, 10, 14 を採用した。m \geq 0 の範囲において相対誤差 1%未満の精度を達成できており、アルゴリズムの正しさと高精度計

算の可能性を確認することができている. 図1(右)は, 128^3 格子サイズにおけるカイラル凝縮(フェルミオンの一点関数)の解析解との相対誤差の絶対値 δ を m の関数としてプロットしたものである. 自由エネルギーに比べて精度は若干落ちてはいるが, $m \geq 0$ の範囲において相対誤差数%以内の精度を達成できていることがわかる.

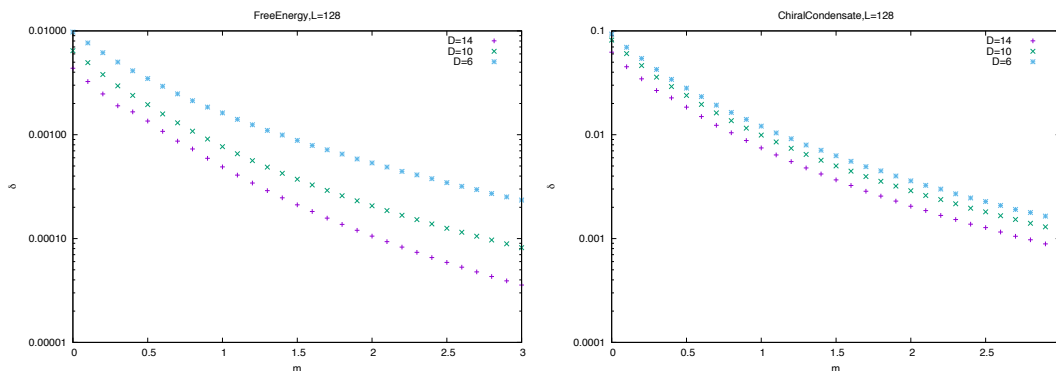


図1: 128^3 格子サイズにおける3次元自由 Wilson フェルミオン系の自由エネルギー計算(左)とカイラル凝縮(右). 横軸は Wilson フェルミオンの質量パラメータ.

3. 学際共同利用として実施した意義

TN スキームに基づくアルゴリズムでは, 一般に, 特異値分解に基づいた重要度の高い自由度の選択とブロック変換の一種による疎視化を組み合わせた手続きを反復する. 計算コストの最も重い部分は, 疎視化過程におけるテンソルの縮約計算であるが, この計算については, HA-PACS の演算加速機構である GPU や, COMA の演算加速機構である KNL を用いて密行列積演算として高速に実行することが可能である. そのため, 本学際共同利用における HA-PACS や COMA の利用は, TN スキームに基づく数値計算にとって極めて有用である.

4. 今後の展望

(i) 非可換ゲージ理論への拡張, (ii) 高次元モデルへの応用, (iii) 物理量計算のための手法開発, という3つの方向性で研究開発を継続していくとともに, 4番目の課題として, 素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用にも取り組んでいきたい.

5. 成果発表

(1) 学術論文

(2) 学会発表

[口頭発表]

Shinji Takeda,

“Tensor networks” (invited),

34th annual International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2016),
July 24-30, 2016, University of Southampton, UK.

Yoshinobu Kuramashi,

“Tensor network scheme for lattice gauge theories” (invited),

Phase structure of lattice field theories – Japanese-German Seminars 2016 –,
September 26-28, 2016, Niigata University, Niigata, Japan.

吉村友佑*, 藏増嘉伸, 坂井涼, 武田真滋 (*講演者),

“ドメインウォールフェルミオンのテンソル繰り込み群”,

平成29年3月17日～20日, 日本物理学会第72回年次大会,

大阪大学豊中キャンパス, 豊中市.

坂井涼*, 加堂大輔, 藏増嘉伸, 中村宜文, 武田真滋, 吉村友佑 (*講演者),

“テンソル繰り込み群を用いた格子上の2次元 N=1 Wess-Zumino 模型の研究”,

平成29年3月17日～20日, 日本物理学会第72回年次大会,

大阪大学豊中キャンパス, 豊中市.

(3) その他

使用計算機	使用計算機に○	配分リソース*
HA-PACS	○	5850 時間
HA-PACS/TCA	○	1800 時間
COMA	○	4200 時間
※配分リソースについては 32node 換算時間をご記入ください。		