

格子QCDを用いた原子核直接計算

素粒子物理と数値計算

山崎 剛



筑波大学 数理物質系 物理学域



筑波大学 計算科学研究センター

第8回学際計算科学による新たな知の発見・統合・創出シンポジウム

筑波大学大学会館 国際会議室, 2016年10月17-18日

目次

1. イントロダクション

- 素粒子
- 素粒子標準模型

2. 素粒子物理と数値計算

- 計算科学ロードマップ
- 格子QCD
- これまでの結果
- 原子核直接計算
- 今後10年の展望

3. まとめ

素粒子標準模型

素粒子標準模型

高速で運動する物質の理論 ミクロな世界の力学
相対性理論 + 量子力学 = 場の量子論

電磁気力 量子電磁力学 (QED) }
弱い力 } ワインバーグ-サラム理論
強い力 量子色力学 (QCD)
重力 一般相対性理論 → 超弦理論 (?)

場の量子論ではない

QED = quantum electrodynamics
QCD = quantum chromodynamics

素粒子標準模型 = ワインバーグ-サラム理論 + 量子色力学
重力以外の力を説明する素粒子の理論

(ほとんど) 全ての加速器実験結果を説明できる

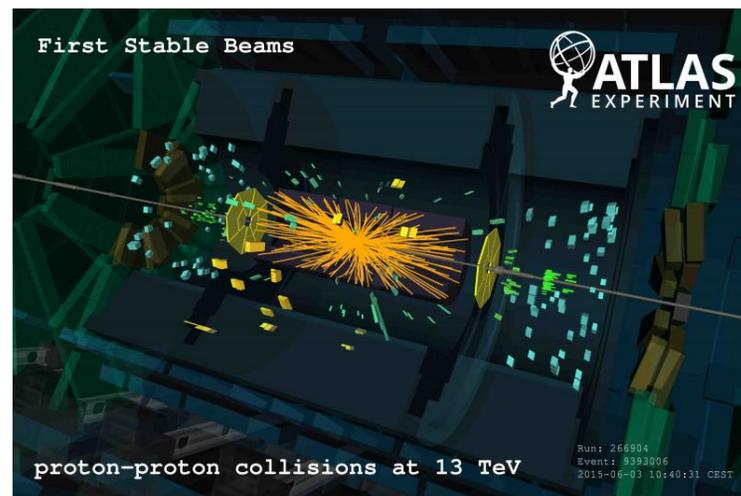
加速器 小さな素粒子を調べるための大きな実験装置

LHC (Large Hadron Collider) @ CERN トンネル円周 27km

陽子を光速近くまで加速して衝突させる



<https://project-hl-lhc-industry.web.cern.ch>



<https://run2-13tev.web.cern.ch>

Belle II @ KEK

<http://www-acc.kek.jp/kekb/explanation.html>

筑波山のふもと

トンネル円周 3km

KEKB 加速器からアップグレード

→ SuperKEKB 加速器

電子と陽電子を加速して衝突させる



加速器 小さな素粒子を調べるための大きな実験装置

LHC (Large Hadron Collider) @ CERN トンネル円周27km

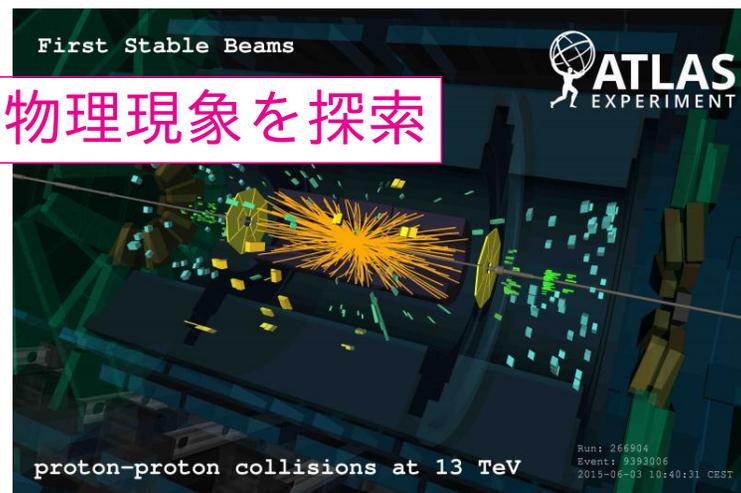
陽子を光速近くまで加速して衝突させる



未知の高エネルギー領域で新物理現象を探索

エネルギーフロンティア

<https://project-hl-lhc-industry.web.cern.ch>



<https://run2-13tev.web.cern.ch>

Belle II @ KEK

<http://www-acc.kek.jp/kekb/explanation.html>

筑波山の麓 既知の物理現象の高精度検証から新物理現象を探索

トンネル円周3km

KEKB 加速器 ルミノシティフロンティア

→ SuperKEKB 加速器

電子と陽電子を加速して衝突させる



素粒子標準模型

高速で運動する物質の理論 ミクロな世界の力学
相対性理論 + 量子力学 = 場の量子論

電磁気力 量子電磁力学 (QED) }
弱い力 } ワインバーグ-サラム理論
強い力 量子色力学 (QCD)

重力 一般相対性理論 → 超弦理論 (?)

QED = quantum electrodynamics
QCD = quantum chromodynamics

素粒子標準模型 = ワインバーグ-サラム理論 + 量子色力学
日本人研究者は大きな貢献をしてきた

素粒子標準模型

高速で運動する物質の理論 ミクロな世界の力学
相対性理論 + 量子力学 = 場の量子論

1965年ノーベル物理学賞 朝永振一郎さん 朝永記念室@大学会館

電磁気力
弱い力

量子電磁力学 (QED)

2008年ノーベル物理学賞 小林誠さん、益川敏英さん
ワインバーグ-サラム理論

強い力

量子色力学 (QCD)

← 2008年ノーベル物理学賞 南部陽一郎さん

1949年ノーベル物理学賞 湯川秀樹さん

重力

一般相対性理論 → 超弦理論(?)

QED = quantum electrodynamics
QCD = quantum chromodynamics

素粒子標準模型 = ワインバーグ-サラム理論 + 量子色力学
日本人研究者は大きな貢献をしてきた

素粒子理論と数値計算

計算科学ロードマップ

http://hpci-aplfs.aics.riken.jp/roadmap_201403.html

素粒子分野

(a) 強い力が創り出す多様な階層の理解

- 強い力の階層構造の理解

クォーク・グルーオン → 陽子・中性子 → 原子核

- クォーク・グルーオンの高温・高密度相構造

初期宇宙、クォークグルーオンプラズマ、中性子星内部

RHIC 実験@BNL, LHC ALICE 実験@CERN

(b) 標準模型を超えた物理の探索

- Bファクトリー実験ハドロン行列要素の精密計算

Belle II 実験@KEK, LHCb 実験@CERN

- ミュー粒子異常磁気能率の超高精度理論計算

J-PARC, FNAL

- 素粒子反応確率自動計算システム (加速器実験データ解析)

LHC@CERN, ILC 計画

- 標準模型を超えた理論の探索

超対称理論、超弦理論、ウォーキングテクニカラー理論

格子QCD or 格子ゲージ理論に関連



格子QCD(格子量子色力学)

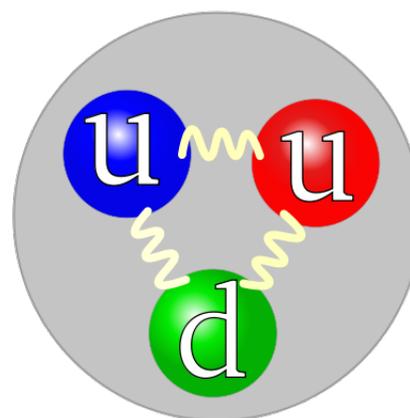
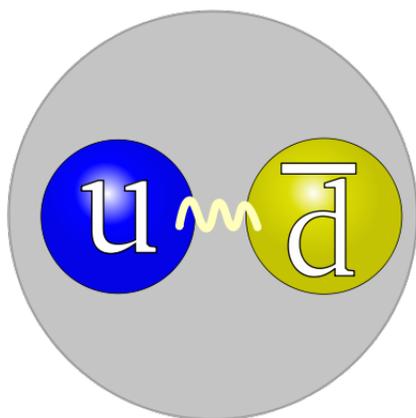
強い力 クォークとグルーオン

陽子と中性子 → 原子核
 クォーク → 陽子と中性子 } に束縛する力

両方ともクォークとグルーオンの力が元になる

ハドロンの大きさ ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$) 程度では「強い力」は強い
 → クォークはハドロンに閉じ込められている

ハドロン: 中間子・バリオンの総称、バリオン: 陽子や中性子の仲間

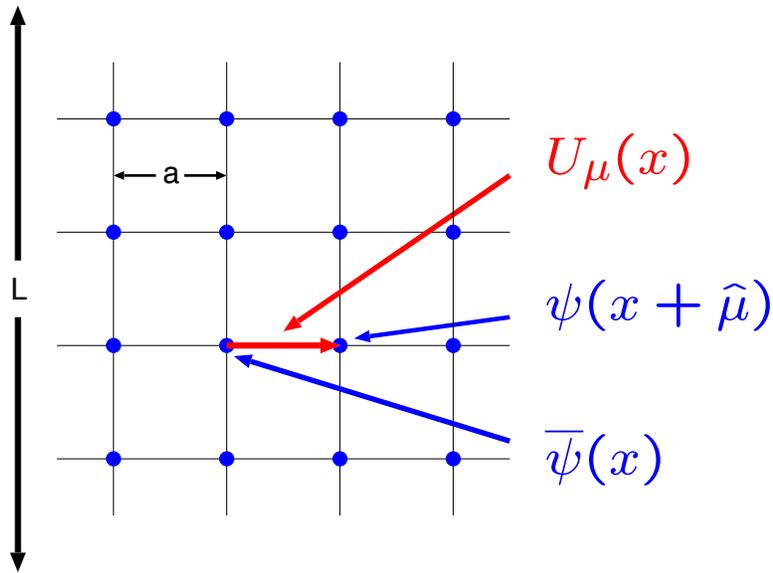


中間子: クォークと反クォーク バリオン: クォーク3個

https://ja.wikipedia.org/wiki/ファイル:Quark_structure_pion.svg, https://ja.wikipedia.org/wiki/ファイル:Quark_structure_proton.svg

	フェルミオン			ボソン	
クォーク	u アップ	c チャーム	t トップ	γ 光子	
	d ダウン	s ストレンジ	b ボトム	g グルーオン	
レプトン	ν_e 電子ν	ν_μ ミューν	ν_τ タウν	W Wボソン	
	e 電子	μ ミューオン	τ タウ	Z Zボソン	H ヒッグス

格子QCD



有限格子間隔 a を導入 (発散が現れない)

運動量カットオフ: $|p| \leq \pi/a$

有限4次元時空 = $L^3 \times T$

クォーク場 $\psi(x)$: 格子点上

グルーオン場 $U_\mu(x)$: 格子点をつなぐリンク

ユークリッド時空: 虚時間

計算パラメータ: a, L, T , クォーク質量 m_q

QCDの結果を得るには無限体積極限・現実的クォーク質量極限・連続極限が必要

無限体積極限: 経験的に $Lm_\pi > 4$ 程度で十分

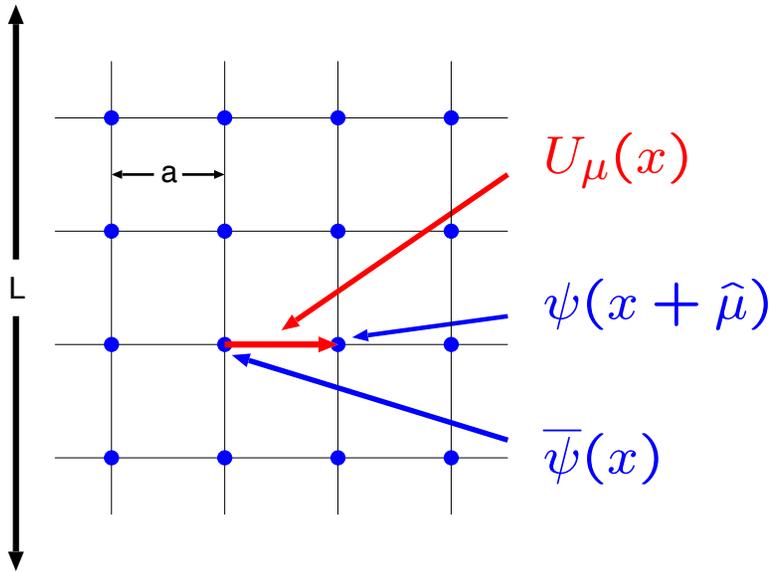
m_π : ハドロンの中で一番軽いパイ中間子の質量、 $m_\pi^2 \propto m_q$

現実的クォーク質量極限: 現実世界 $m_\pi^{\text{phys}} = 0.135\text{GeV}$, しかし計算が大変

m_π^{phys} より大きな m_π 複数点で計算し、 $m_\pi \rightarrow m_\pi^{\text{phys}}$ 外挿 or 最近では m_π^{phys} で直接計算

連続極限: 複数の格子間隔 a で計算し、 $a \rightarrow 0$ 外挿

格子QCD



有限格子間隔 a を導入 (発散が現れない)

運動量カットオフ: $|p| \leq \pi/a$

有限4次元時空 = $L^3 \times T$

クォーク場 $\psi(x)$: 格子点上

グルーオン場 $U_\mu(x)$: 格子点をつなぐリンク

ユークリッド時空: 虚時間

計算パラメータ: a, L, T , クォーク質量 m_q

物理量 \mathcal{O} の期待値

$$\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, U) \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi P[U] \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, U)$$

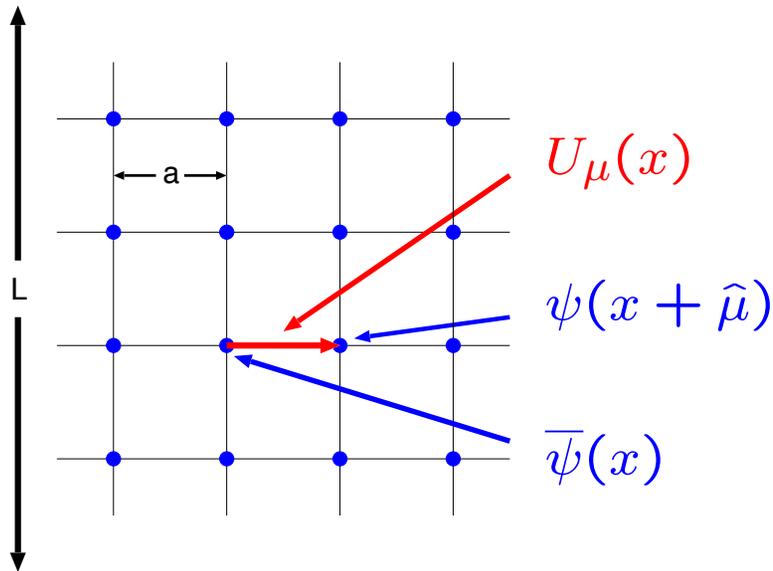
N_f : クォークの数

$$P[U] \propto \exp(-N_f \bar{\psi} D[U, m_q] \psi - S_g[U])$$

クォーク作用 グルーオン作用

グラスマン積分 $\bar{\psi}\psi \rightarrow D^{-1}[U, m_q]$: クォーク伝搬関数

格子QCD



有限格子間隔 a を導入 (発散が現れない)

運動量カットオフ: $|p| \leq \pi/a$

有限4次元時空 = $L^3 \times T$

クォーク場 $\psi(x)$: 格子点上

グルーオン場 $U_\mu(x)$: 格子点をつなぐリンク

ユークリッド時空: 虚時間

計算パラメータ: a, L, T , クォーク質量 m_q

物理量 \mathcal{O} の期待値 (グラスマン積分後)

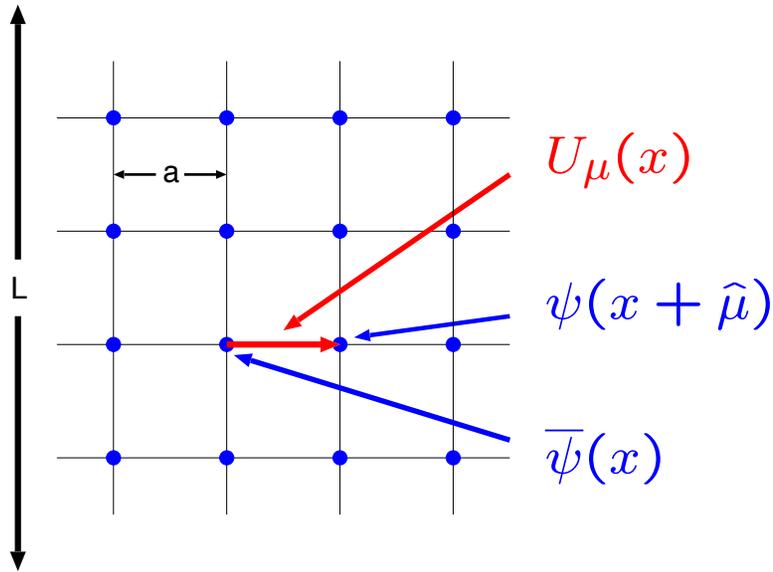
$$\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, U) \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{P}[U] \mathcal{O}(D^{-1}[U, m_q], U) \dots \text{非常に大きな自由度の積分}$$

N_f : クォークの数

$$\mathcal{P}[U] \propto (\det D[U, m_q])^{N_f} \exp(-S_g[U])$$

確率と解釈

格子QCD



有限格子間隔 a を導入 (発散が現れない)

運動量カットオフ: $|p| \leq \pi/a$

有限4次元時空 = $L^3 \times T$

クォーク場 $\psi(x)$: 格子点上

グルーオン場 $U_\mu(x)$: 格子点をつなぐリンク

ユークリッド時空: 虚時間

計算パラメータ: a, L, T , クォーク質量 m_q

モンテカルロシミュレーションを用いた非摂動計算

物理量 \mathcal{O} の期待値

$$\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, U) \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{P}[U] \mathcal{O}(D^{-1}[U, m_q], U)$$

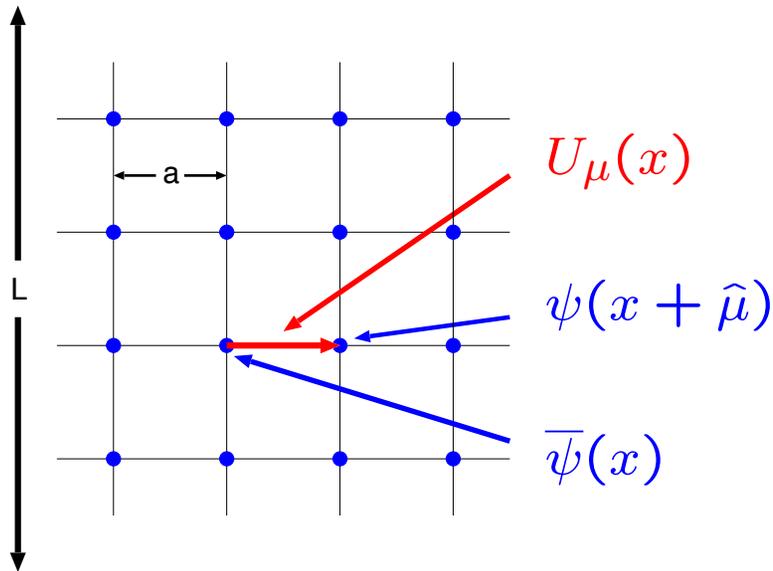
$$= \frac{1}{N_{\text{配位}}} \sum_i^{N_{\text{配位}}} \mathcal{O}(D^{-1}[U_i, m_q], U_i) + \text{統計誤差}$$

手順

確率 $\mathcal{P}[U]$ に従いゲージ配位 U_i を生成 \rightarrow 背景場 U_i で $D^{-1}[U_i, m_q]$ を計算

\rightarrow 物理量 $\mathcal{O}(D^{-1}[U_i, m_q], U_i)$ を計算 \rightarrow それを $N_{\text{配位}}$ 回繰返し、統計平均を取る

格子QCD



有限格子間隔 a を導入 (発散が現れない)

運動量カットオフ: $|p| \leq \pi/a$

有限4次元時空 = $L^3 \times T$

クォーク場 $\psi(x)$: 格子点上

グルーオン場 $U_\mu(x)$: 格子点をつなぐリンク

ユークリッド時空: 虚時間

計算パラメータ: a, L, T , クォーク質量 m_q

物理量 \mathcal{O} の期待値

$$\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, U) \rangle = \frac{1}{N_{\text{配位}}} \sum_i^{N_{\text{配位}}} \mathcal{O}(D^{-1}[U_i, m_q], U_i) + \text{統計誤差}$$

$D^{-1}[U, m_q]$ が格子QCDの主要な計算 (全体の約8割以上)

- ゲージ配位生成と物理量測定に必要
- 非常に大きな行列 ($L^3 \times T \times 12$: $L = 30, T = 60 \rightarrow$ 約2千万)
- 小さい m_q ほど計算時間がかかる $\Rightarrow m_\pi^{\text{phys}}$ の計算は時間がかかる

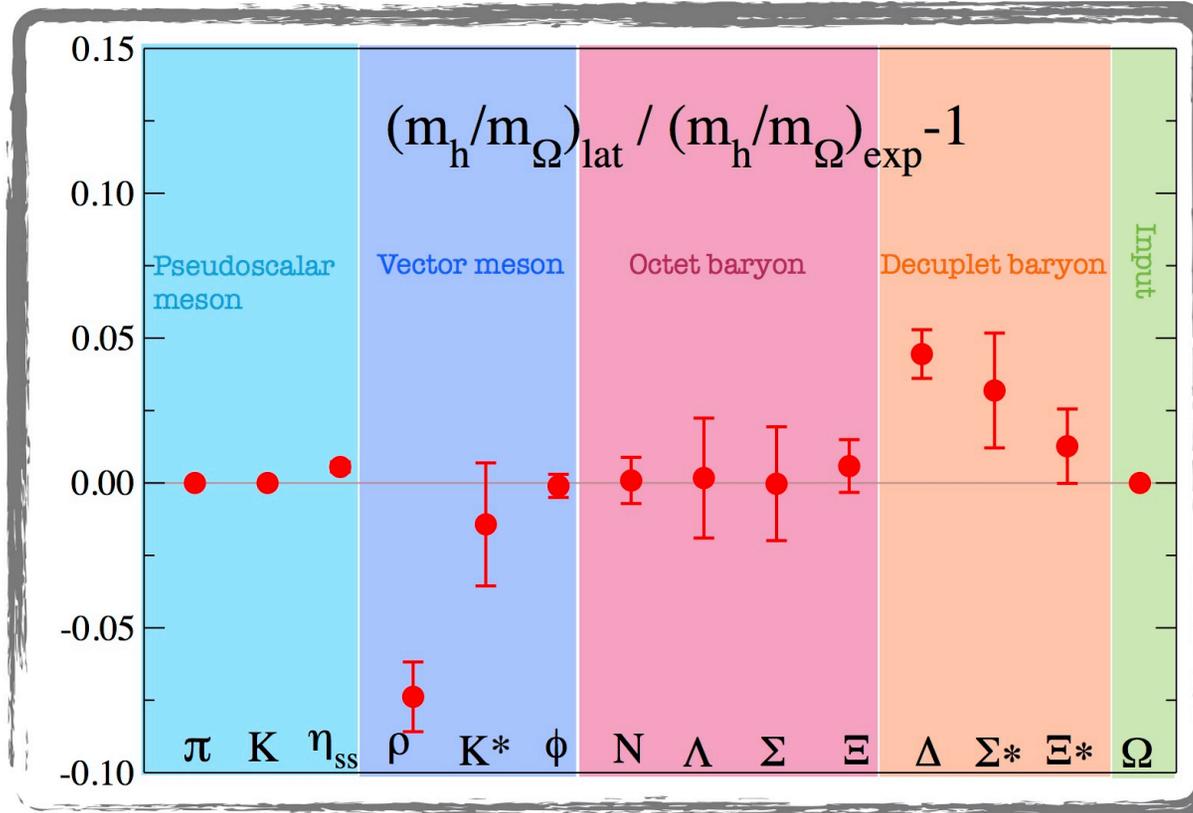
格子QCD計算を用いたこれまでの結果

格子QCD これまでの結果1 ハドロン質量

ハドロン: 中間子・バリオン

HPCI戦略プログラム分野5 課題1, 浮田さん (PACS Collaboration), PoS(LATTICE2015)075

いろいろなハドロン質量の実験値と格子QCD計算結果の相対差



インプット: π 中間子, K 中間子 + Ω バリオン

→ アップ・ダウクォーク質量, スtrenジクォーク質量 + 格子間隔

陽子・中性子 (N) は実験値と一致、その他も 10% 以内で実験値を再現

格子QCD これまでの結果2 ハドロン行列要素

ハドロン: 中間子・バリオン

核子: 陽子・中性子

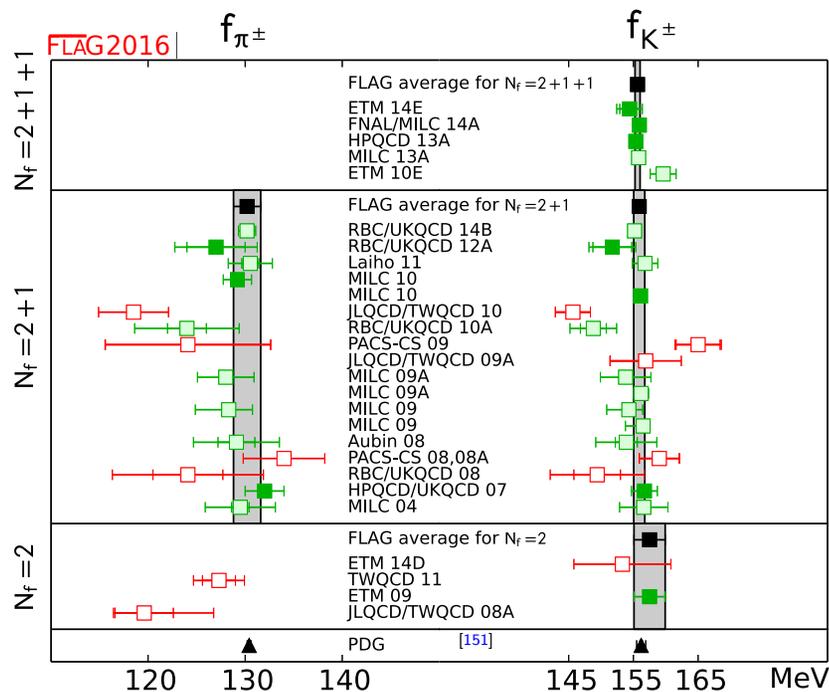
π 中間子, K 中間子崩壊定数

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}, K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}$$

核子軸性電荷

$$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}$$

$Lm_\pi > 4, a < 0.1$ fm を満たす計算



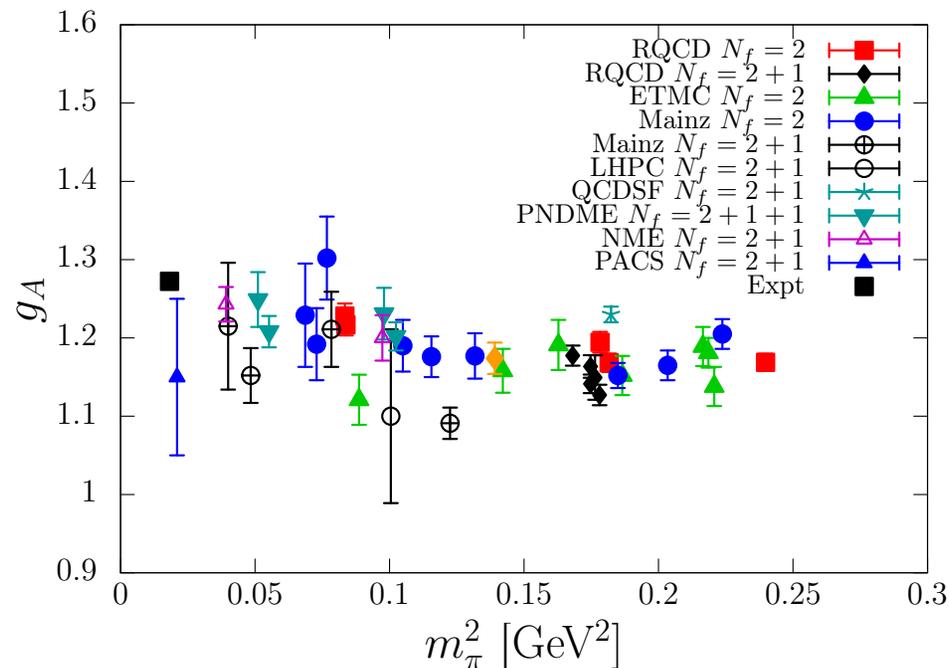
FLAG Working Group

arXiv:1607.00299 [hep-lat]

実験と一致

ゲージ配位生成 $P[U] \propto (\det D[U, m_q])^{N_f}$

$N_f = 2$: u, d クォーク, $N_f = 2 + 1$: u, d, s クォーク, $N_f = 2 + 1 + 1$: u, d, s, c クォーク



Sara Collins 基調講演スライド

国際会議 Lattice 2016

実験値より5%程度低い傾向
 長年の問題の一つ

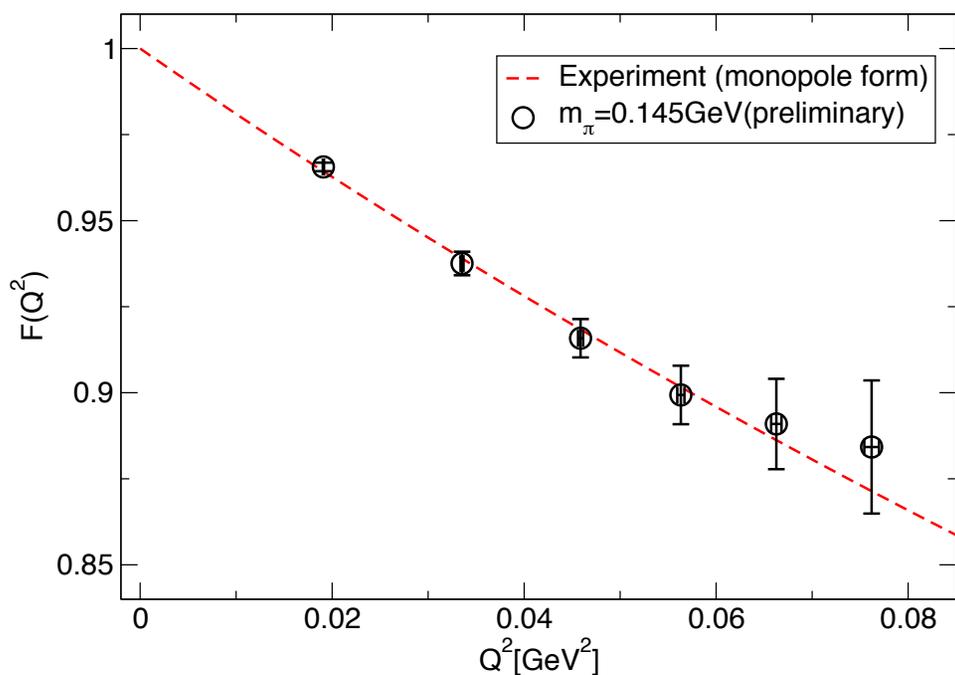
格子QCD これまでの結果3 ハドロン形状因子

ハドロン: 中間子・バリオン
核子: 陽子・中性子

形状因子 $F(Q^2) = 1 - \frac{1}{6}Q^2\langle r^2 \rangle + \dots$; Q^2 運動量移行, $\langle r^2 \rangle$ 平均二乗半径

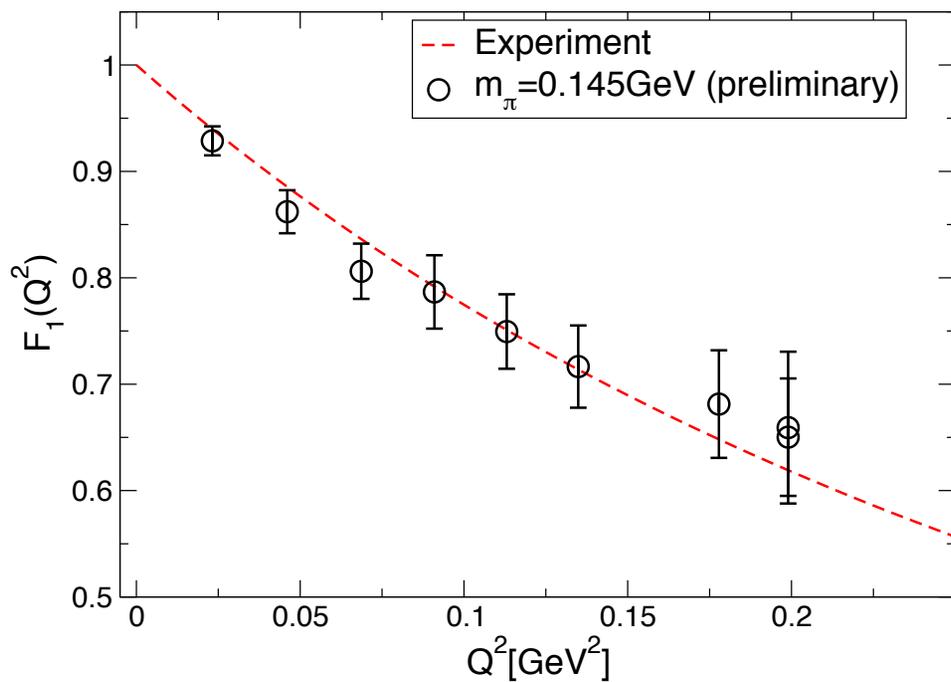
$\neq 1 \rightarrow$ 点状粒子ではなく内部構造、大きさを持つ

π 中間子形状因子



賀数さん (PACS Collaboration)

核子形状因子



TY *et al.* (PACS Collaboration)

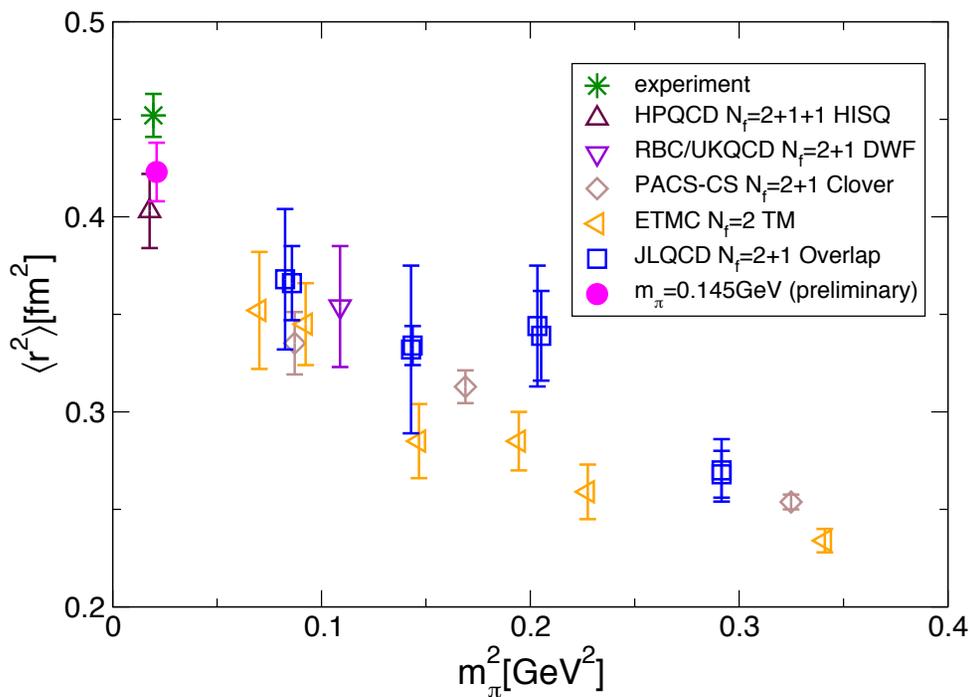
どちらも実験値を良く再現

格子QCD これまでの結果3 ハドロン形状因子 ハドロン: 中間子・バリオン 核子: 陽子・中性子

形状因子 $F(Q^2) = 1 - \frac{1}{6}Q^2\langle r^2 \rangle + \dots$; Q^2 運動量移行, $\langle r^2 \rangle$ 平均二乗半径

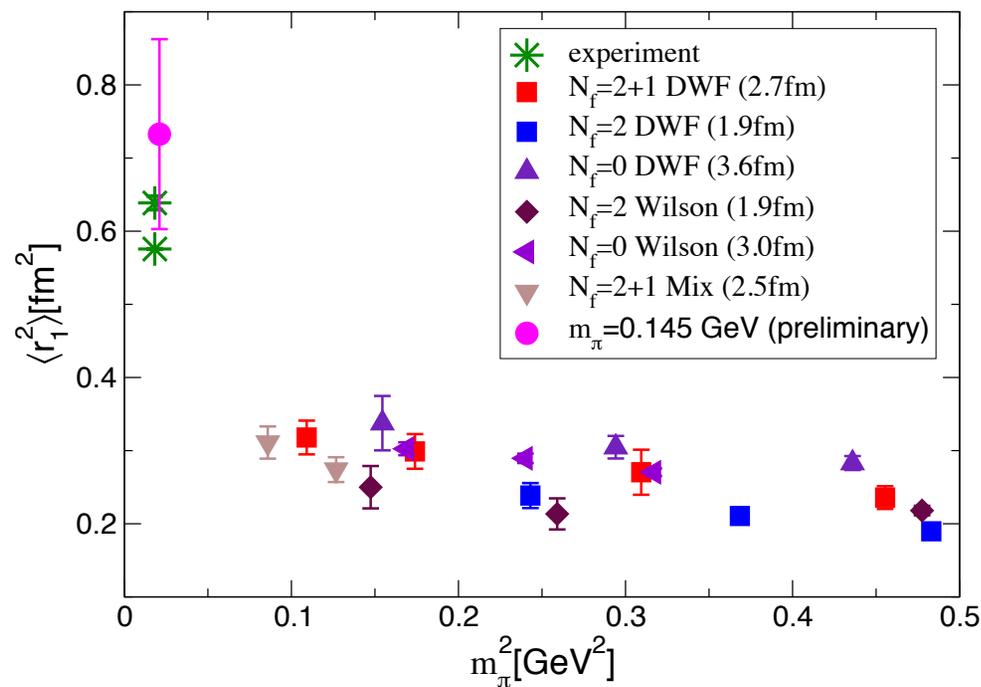
$\neq 1 \rightarrow$ 点状粒子ではなく内部構造、大きさを持つ

π 中間子平均二乗半径



賀数さん (PACS Collaboration)

核子平均二乗半径



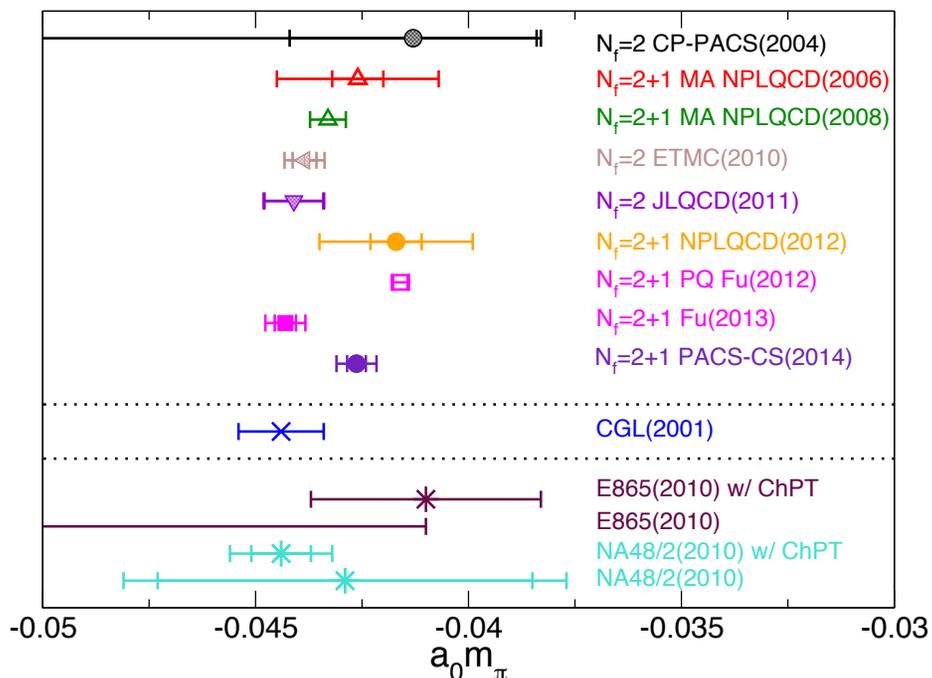
TY *et al.* (PACS Collaboration)

m_π^{phys} 付近の計算が重要

格子QCD これまでの結果4 ハドロン2体散乱・崩壊過程

ハドロン：中間子・バリオン

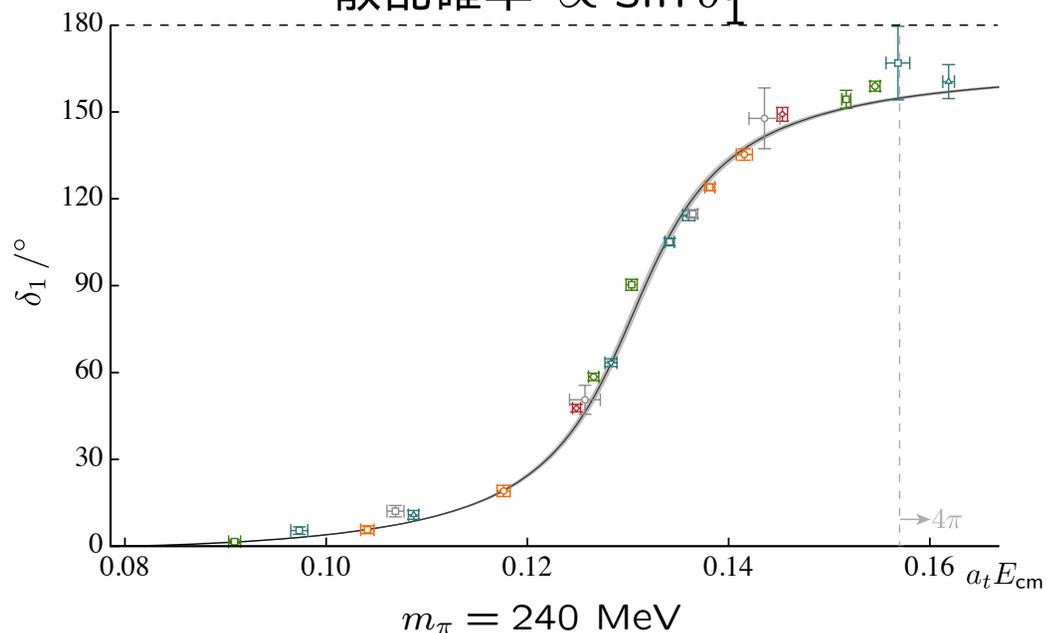
$\pi^+\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^+$ 散乱過程
散乱長 a_0 (最も基本的な散乱物理量)



TY PoS LATTICE2014 009
多くの計算で実験を再現

ρ 中間子崩壊過程 ($\rho \rightarrow \pi\pi$)
散乱位相差 δ_1 (散乱確率に直接関係)

散乱確率 $\propto \sin^2 \delta_1^2$



Hadron Spectrum Collaboration, PRD92 094502

共鳴状態を計算可能

ハドロン2体系の性質の理解も進んでいる

格子QCDを用いた原子核直接計算

格子QCD(格子量子色力学)

強い力 クォークとグルーオン

陽子と中性子 → 原子核
クォーク → 陽子と中性子 } に束縛する力

両方ともクォークとグルーオンの力が元になる

強い力が創る階層性の理解

ハドロンの質量や大きさなどの基本的な性質はほぼ再現

格子QCDを用いた非摂動的計算の成功

クォークとグルーオン → 陽子と中性子 → 原子核

次の目標: (格子)QCDを基にした原子核の性質の定量的理解

原子核直接計算はまだ始まったばかり

現在の目標は既知の軽原子核の束縛エネルギーを再現できるか

↔ 間接計算: 格子QCDによる核力ポテンシャル

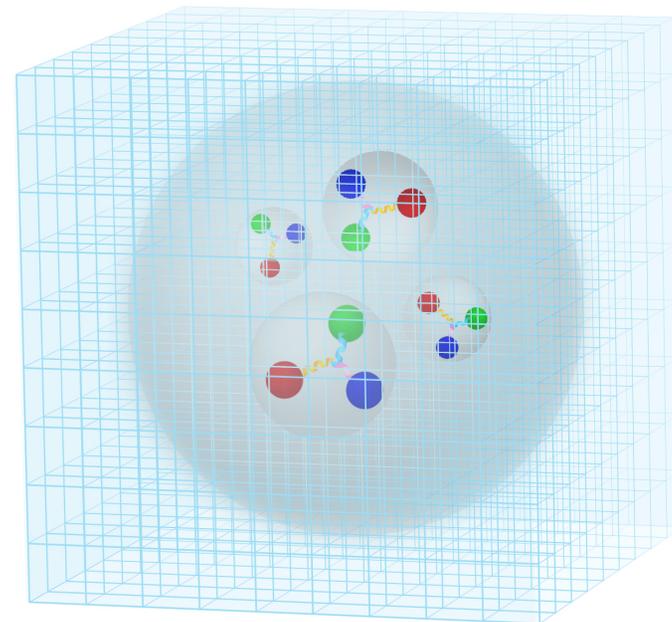


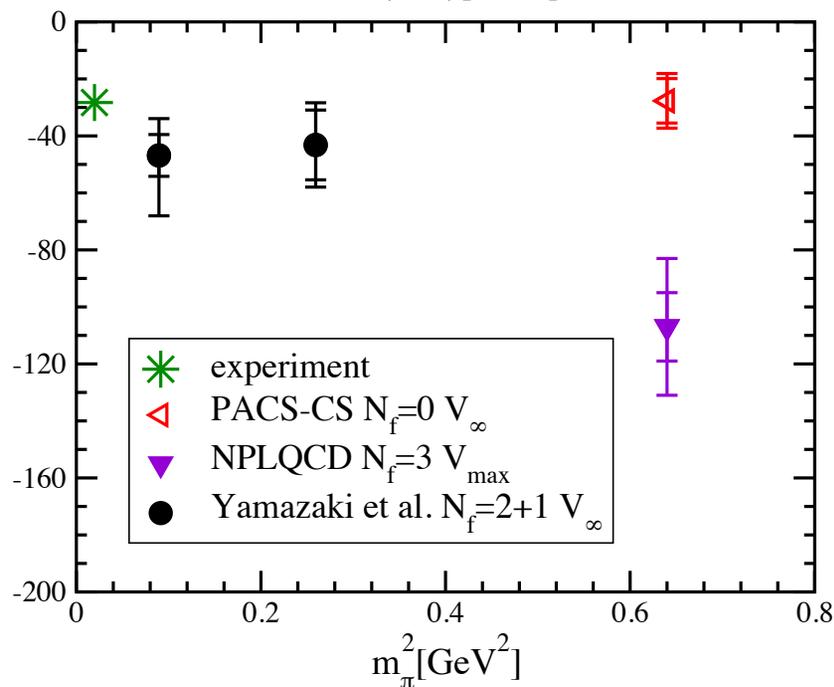
図:入江氏提供

^4He と ^3He の束縛エネルギー計算

学際共同利用 15a-31, 16a32

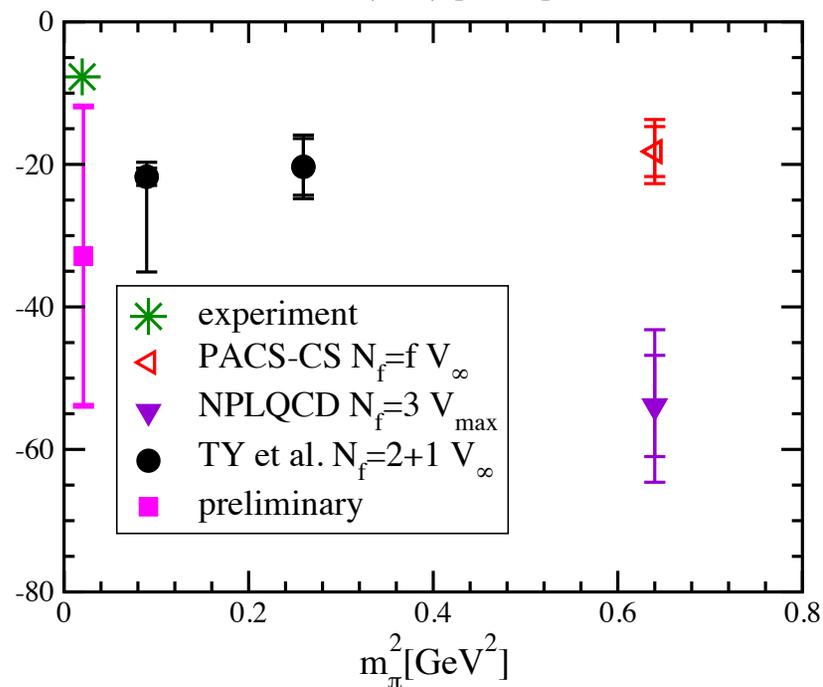
$$\Delta E(^4\text{He}) = m_{^4\text{He}} - 4m_N$$

$\Delta E(^4\text{He})[\text{MeV}]$



$$\Delta E(^3\text{He}) = m_{^3\text{He}} - 3m_N$$

$\Delta E(^3\text{He}) [\text{MeV}]$



TY *et al.* PRD86:074514; PRD92:no.1:014501

実験値と同じオーダーの束縛エネルギー

将来の課題: 現実的な $m_\pi = 0.135$ GeV 付近で実験値を再現できるか?

→ $m_\pi \sim 0.145$ GeV on $L \sim 8$ fm の計算実行中

計算資源含: HPCI System Research Project hp160124

結果の信頼性の強化 → 不定性の確認: 計算方法、格子間隔、...

今後10年の展望

将来の展望

今後10年の計算機性能の向上：約100倍

トップ1計算機 100ペタFlops → 10エクサFlops (10000ペタFlops)

- 統計数100倍 → 誤差1/10

実験値を超える精度の計算 (π 中間子崩壊定数、 K 中間子崩壊定数)

これまで困難だった計算が可能に (原子核直接計算、原子核構造計算)

- 格子QCDは4次元計算 $\sqrt[4]{100} \approx 3 \Rightarrow$ 一辺が約3倍の格子サイズ計算可能
格子間隔1/4倍 + 一辺の長さ3/4倍

格子間隔0.08 fm → 0.02 fm、四次元体積 $(8 \text{ fm})^4 \rightarrow (6 \text{ fm})^4$

ボトムクォークを直接取り入れた計算 (Belle II実験と関係する精密計算)

アップ・ダウンクォーク質量 $m_{u,d} = 0.003 \text{ GeV} \leftrightarrow$ ボトムクォーク質量 $m_b = 5 \text{ GeV}$

高精度の計算: $m_\pi L > 4$ と $m_b a \lesssim 0.5$ を満たす必要がある

有限体積効果と有限格子間隔からの不定性を十分抑える

- QED(量子電磁力学)を含めた高精度シミュレーション

有限体積効果 $\text{QCD} \sim e^{-m_\pi L} \leftrightarrow \text{QCD} + \text{QED} \sim (m_\pi L)^{-1}$

$m_\pi L > 4$ の複数体積を使った無限体積外挿

より現実世界に近い理論計算 (陽子 \leftrightarrow 中性子、 $\pi^+ \leftrightarrow \pi^0$ 、 ${}^3\text{He} \leftrightarrow {}^3\text{H}$)

将来の展望

今後10年の計算機性能の向上：約100倍

トップ1計算機 100ペタ Flops → 10エクサ Flops (10000ペタ Flops)

高精度化 + 実験への貢献 + 現実化

- 実験値を超える精度の計算、これまで困難だった計算が可能に

格子QCD計算の確固とした信頼性の確立

- ボトムクォークを直接取り入れた計算

精密測定実験との強固な連携

- QEDを含めた高精度シミュレーション

格子QCD計算と現実世界との微妙なズレの確認
→ 格子QCDよりも現実世界に近いシミュレーション

まとめ

- 素粒子標準模型
自然界の4つの力のうち、強い力、弱い力、電磁気力を記述する素粒子の理論
- 素粒子物理と数値計算
強い力の階層構造の理解と標準模型を超えた物理の探索へ向けた研究
- 格子QCD
強い力を記述するQCDを非摂動的に計算する方法
これまでハドロン1体、中間子2体などの性質を再現することに成功
- 格子QCDを用いた原子核直接計算
クォークとグルーオンから原子核の性質を理解することが目的
既知の軽原子核束縛エネルギーが再現できるかに挑戦中
- 今後10年の展望
格子QCD(+QED)計算: 高精度化 + 実験への貢献 + 現実化
現在: 実験値と異なる結果 → 格子QCD計算がおかしい
将来: 実験値と異なる結果 → 格子QCDからの新しい予言