格子 QCD による πK 散乱長の研究

プロジェクト名 : HADSCAT

発表者 : 佐々木 潔 （東京工業大学）

メンバー : 石塚 成人 （筑波大学）

山崎 剛 （筑波大学）

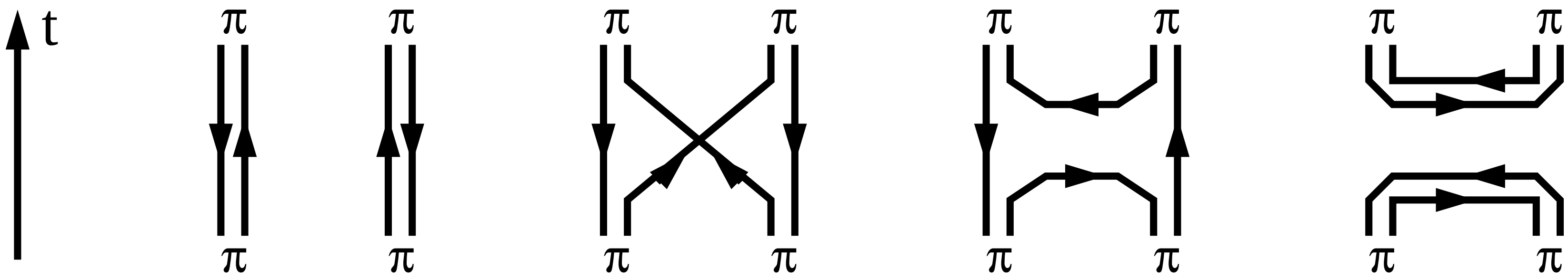
岡 眞 （東京工業大学）

for PACS-CS Collaboration

イントロダクション

近年、ハドロン・ハドロン散乱に関する格子 QCD を用いた多くの研究がなされているが、
計算コストに起因し、多くは、(annihilation グラフを含むような) 引力系を取り扱っていない。

ex.) $I = 0$ S-wave $\pi\pi$ system :



gluon exchange　quark exhange　annihilation　annihilation

このような系の取り扱いを確立する事は、今後の散乱研究において不可欠である

$\Rightarrow$ S-波 πK 系に焦点をあてる　(2 isospin channels, $I = 3/2,\ 1/2$)

* 低エネルギーの相互作用は、$I = 3/2$ に関して、斥力

$I = 1/2$ に関して、引力

* $I = 1/2$ に関して、幅の広い共鳴の存在が示唆されている

数値計算におけるパラメータ

PACS-CS Collaboration により生成されたゲージ配位を使用

Aoki *et al.* [PACS-CS], Phys.Rev.D79 (2009) 03504

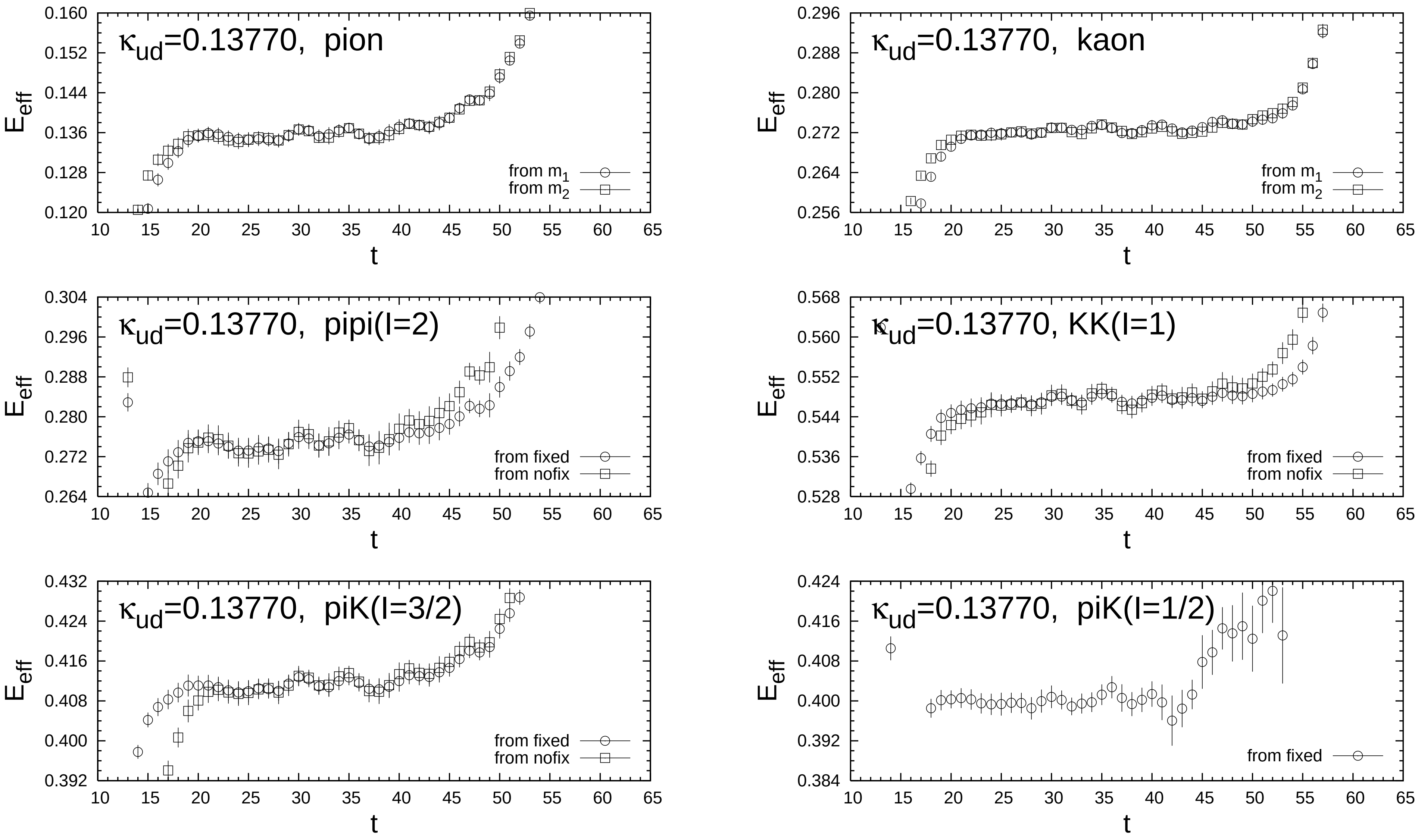
* Iwasaki gauge + NP $O(a)$-improved Wilson ($N_f = 2 + 1$)

β	$L^3 \times T$	c_{SW}	a^{-1} [GeV]	La [fm]
1.90	$32^3 \times 64$	1.715	2.176(31)	2.902(41)

κ_{ud}	κ_s	m_π [GeV]	m_K [GeV]	N_{conf}	# of source
0.13770	0.13640	0.2949(23)	0.5925(17)	800	3
0.13754	0.13640	0.4110(16)	0.6348(13)	450	4
0.13727	0.13640	0.5699(13)	0.7131(12)	400	4
0.13700	0.13640	0.7010(12)	0.7887(12)	400	4

* Dirichlet (Periodic) BC for temporal (spatial) direction
* coulomb gauge fixing + wall source
* source : $t_0 = 12$ (pion), $t_0 + 1 = 13$ (Kaon)
* sink : $t_1 = 53$ (Kaon)
* statistical errors $\Leftarrow$ jackknife method (binsize : 125 MD times)
* PACS-CS (128PU, 3600 h), T2K-Tsukuba (8node, 2500 h), TSUBAME (8node, 7920 h)

計算結果 （局所質量 @ $m_\pi \simeq 0.29$ GeV）



非常に明瞭なシグナルが得られている

計算結果 (πK 散乱長)

散乱長：

$$a_0 = \lim_{k\to 0}\ \tan\delta_0(k)/k$$

$\Rightarrow$ 最低エネルギー固有状態に関する $\tan\delta_0(k)/k$ [fm]：

m_π [GeV]	$I=3/2$ k^2 [GeV^2]	$I=3/2$ $\tan\delta_0(k)/k$ [fm]	$I=1/2$ k^2 [GeV^2]	$I=1/2$ $\tan\delta_0(k)/k$ [fm]
0.29	0.00272(16)	−0.1205(61)	−0.00678(48)	0.524(59)
0.41	0.00323(22)	−0.1402(82)	−0.01001(77)	1.08 (18)
0.57	0.00307(20)	−0.1340(76)	−0.0205 (28)	−5.9 (69)
0.70	0.00308(16)	−0.1343(62)	−0.063 (10)	−0.833(90)

* $I=3/2$ $(I=1/2)$ に関して、相互作用は、斥力 (引力) である。

* $I=1/2$ に関して、$m_\pi = 0.41 - 0.57$ GeV で、状況は劇的に変化する
最も重い m_π において、 $\tan\delta_0 \simeq -i$ (非物理的な束縛状態？)
$\Rightarrow$ 最低エネルギー固有状態に関する $\tan\delta_0/k$ は、$m_\pi \geq 0.57$ GeV に関して、
πK しきい値での情報を反映しないので、この値を散乱長として採用しない

計算結果 (ChPT fit)

$m_\pi \geq 0.57$ GeV のデータを含めて、$\chi^2/N_{\rm df}$ の値は極端に増加する

$\Rightarrow$ $m_\pi \leq 0.41$ GeV の領域で、$\pi\pi(I=2)$, $KK(I=1)$ も加えた fit を行なった

$\mathcal{O}(p^4)$ $SU(3)$ ChPT :

$$
\begin{aligned}
a_0^{(3/2)} &= \frac{\mu_{\pi K}}{8\pi F^2}\left[-1 + \frac{16}{F^2}\left[m_\pi m_K \cdot L(\mu) + \frac{1}{2}(m_\pi^2 + 2m_K^2)\cdot L_4(\mu) + \chi^{(3/2)}\right]\right] \\
a_0^{(1/2)} &= \frac{\mu_{\pi K}}{8\pi F^2}\left[2 + \frac{16}{F^2}\left[m_\pi m_K \cdot L(\mu) - (m_\pi^2 + 2m_K^2)\cdot L_4(\mu) + \chi^{(1/2)}\right]\right] \\
a_0^{(2)} &= \frac{m_\pi}{16\pi F^2}\left[-1 + \frac{16}{F^2}\left[m_\pi^2 \cdot L(\mu) + \frac{1}{2}(m_\pi^2 + 2m_K^2)\cdot L_4(\mu) + \chi^{(2)}\right]\right] \\
a_0^{(1)} &= \frac{m_K}{16\pi F^2}\left[-1 + \frac{16}{F^2}\left[m_K^2 \cdot L(\mu) + \frac{1}{2}(m_\pi^2 + 2m_K^2)\cdot L_4(\mu) + \chi^{(1)}\right]\right]
\end{aligned}
$$

$$
\left(\begin{array}{l} L \equiv 2L_1 + 2L_2 + L_3 - 2L_4 - L_5/2 + 2L_6 + L_8 \\ \chi^{(3/2),(1/2),(2),(1)} : \text{カイラル・ログを含む既知関数} \end{array}\right)
$$

$$
\begin{aligned}
\chi^{(3/2)} \quad = \quad & \frac{1}{(16\pi)^2}\Bigg[\frac{11m_\pi^3 m_K + 3m_\pi^4}{4(m_K^2 - m_\pi^2)}\log(\frac{m_\pi^2}{\mu^2}) \\
& + \frac{-18m_K^4 - 67m_\pi m_K^3 + 8m_\pi^3 m_K - 5m_\pi^2 m_K^2}{18(m_K^2 - m_\pi^2)}\log(\frac{m_K^2}{\mu^2}) \\
& + \frac{24m_\pi m_K^3 - 5m_\pi^3 m_K + 28m_\pi^2 m_K^2 - 9m_\pi^4}{36(m_K^2 - m_\pi^2)}\log(\frac{m_\eta^2}{\mu^2}) \\
& + \frac{43m_\pi m_K}{9} \\
& - \frac{8m_\pi m_K}{9}\frac{\sqrt{(m_K + m_\pi)(2m_K - m_\pi)}}{m_K - m_\pi}\arctan\left(\frac{2(m_K - m_\pi)}{m_K + 2m_\pi}\sqrt{\frac{m_K + m_\pi}{2m_K - m_\pi}}\right)\Bigg] \\
\chi^{(1/2)} \quad = \quad & \frac{1}{(16\pi)^2}\Bigg[+\frac{11m_\pi^3 m_K - 6m_\pi^4}{4(m_K^2 - m_\pi^2)}\log(\frac{m_\pi^2}{\mu^2}) \\
& + \frac{36m_K^4 - 67m_\pi m_K^3 + 8m_\pi^3 m_K + 10m_\pi^2 m_K^2}{18(m_K^2 - m_\pi^2)}\log(\frac{m_K^2}{\mu^2}) \\
& + \frac{24m_\pi m_K^3 - 5m_\pi^3 m_K - 56m_\pi^2 m_K^2 + 18m_\pi^4}{36(m_K^2 - m_\pi^2)}\log(\frac{m_\eta^2}{\mu^2}) \\
& + \frac{43m_\pi m_K}{9}
\end{aligned}
$$

$$
- \frac{12 m_\pi m_K}{9} \frac{\sqrt{(m_K - m_\pi)(2m_K + m_\pi)}}{m_K + m_\pi} \arctan\left(\frac{2(m_K + m_\pi)}{m_K - 2m_\pi} \sqrt{\frac{m_K - m_\pi}{2m_K + m_\pi}} \right)
$$

$$
+ \frac{4 m_\pi m_K}{9} \frac{\sqrt{(m_K + m_\pi)(2m_K - m_\pi)}}{m_K - m_\pi} \arctan\left(\frac{2(m_K - m_\pi)}{m_K + 2m_\pi} \sqrt{\frac{m_K + m_\pi}{2m_K - m_\pi}} \right) \Bigg]
$$

$$
\chi^{(2)} = \frac{1}{(16\pi)^2} \left[- \frac{7m_\pi^2}{2} \log(\frac{m_\pi^2}{\mu^2}) - m_K^2 \log(\frac{m_K^2}{\mu^2}) - \frac{m_\pi^2}{18} \log(\frac{m_\eta^2}{\mu^2}) + \frac{4m_\pi^2}{9} \right]
$$

$$
\chi^{(1)} = \frac{1}{(16\pi)^2} \Bigg[\frac{-2m_\pi^2 m_K^2 + 3m_\pi^4}{4(m_K^2 - m_\pi^2)} \log(\frac{m_\pi^2}{\mu^2})
$$

$$
+ \frac{5m_K^2}{2} \log(\frac{m_K^2}{\mu^2})
$$

$$
+ \frac{-56m_K^4 + 56m_\pi^2 m_K^2 - 9m_\pi^4}{36(m_K^2 - m_\pi^2)} \log(\frac{m_\eta^2}{\mu^2})
$$

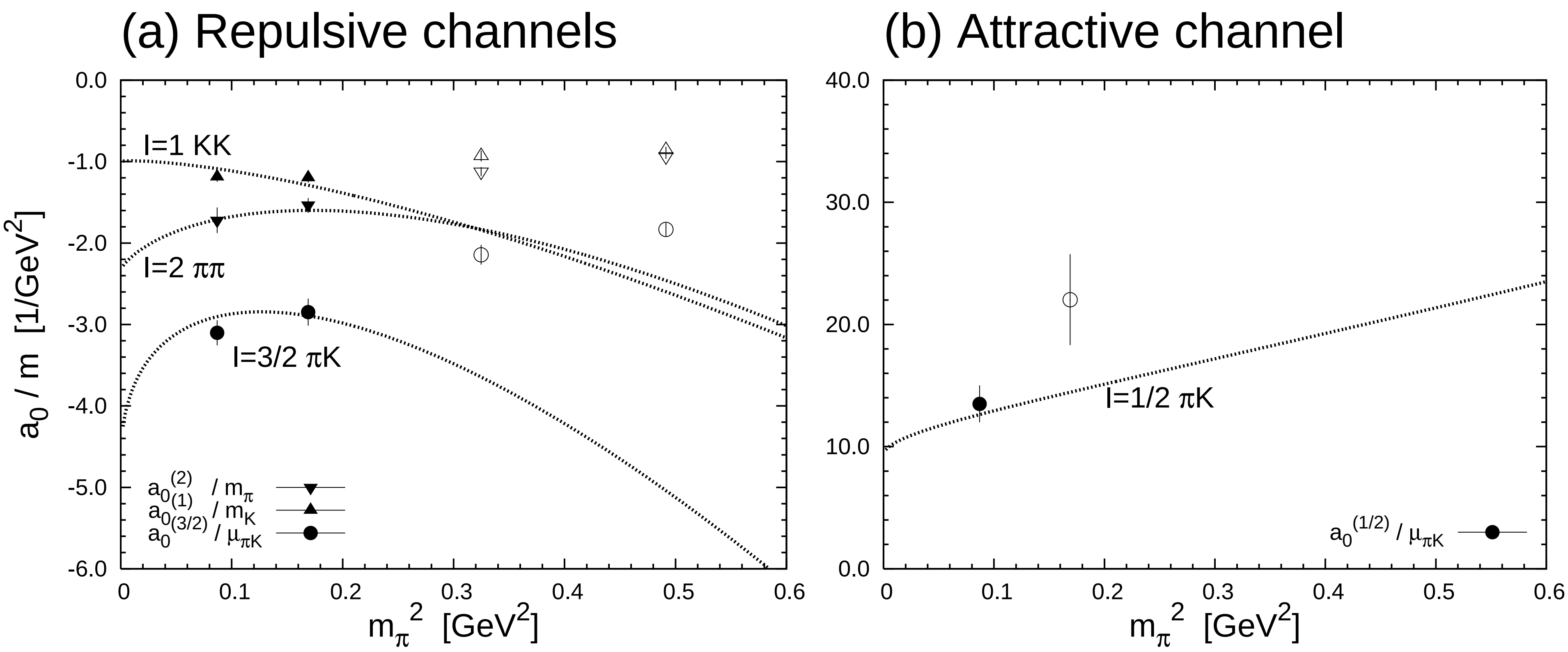
$$
+ \frac{7m_K^2}{9} \Bigg]
$$

see V.Bernard, N.Kaiser and U.G.Meissner, Nucl.Phys.B357 (1991) 129

計算結果 (ChPT fit)

$\mu = 0.770$ GeV を伴う ChPT fit により、次の結果を得た ($\chi^2/N_{\rm df} = 1.8$)

F [GeV]	$10^3 \cdot L$	$10^3 \cdot L_4$	$m_\pi a_0^{(2)}$	$m_\pi a_0^{(1)}$	$m_\pi a_0^{(3/2)}$	$m_\pi a_0^{(1/2)}$
$0.1020(62)$	$0.56(19)$	$-0.76(19)$	$-0.0376(54)$	$-0.063(14)$	$-0.0500(68)$	$0.154(25)$



まとめ

両アイソスピン・チャンネルにおいて、S-波 πK 散乱長を評価した。

1. $I = 3/2$ ($I = 1/2$) πK 系に関して、斥力(引力) である事を確認した
   $m_\pi \geq 0.57$ GeV では、 $I = 1/2$ の引力は非常に強く、最低エネルギー固有状態における $\tan\delta_0/k$ は、πK しきい値の情報を反映しない
   言い換えれば、$a_0^{(1/2)}$ を正しく評価するためには、$m_\pi \leq 0.41$ GeV が必要である

2. $\pi\pi(I = 2)$, $KK(I = 1)$ のデータも含めた ChPT fit を行なった
   $m_\pi \geq 0.57$ GeV のデータを含めると、$\chi^2/N_{\rm df}$ が極端に大きくなる。
   $m_\pi \leq 0.41$ GeV のデータのみを用いて、以下の結果を得た
   $m_\pi a_0^{(3/2)} = -0.0500 \pm 0.0068$ @ physical point
   $m_\pi a_0^{(1/2)} = +0.154 \pm 0.025$ @ physical point

$$\left(\begin{array}{lll} c.f.\ \text{NPLQCD}: & m_\pi a_0^{(3/2)} = -0.0574 \pm 0.0016 & \text{@ physical point} \\ & m_\pi a_0^{(1/2)} = +0.1725 \pm 0.0017 & \text{@ physical point} \end{array} \right)$$

国際会議での発表、論文

* 国際会議 第27回 格子場の理論2009 (PoS LAT2009 (2009) 098)
* 論文に関しては、現在、作成中である (計算自体は終了している)