時間相関と空間相関

石井理修
筑波大学 計算科学研究センター
神戸分室

1.初田さんのお誘い

◆ ２００５年７月（？）、

「ストレンジネスで探るクォーク多体系」でPDの公募

が出ていたので、ダメモトで初田さんのところに出す。

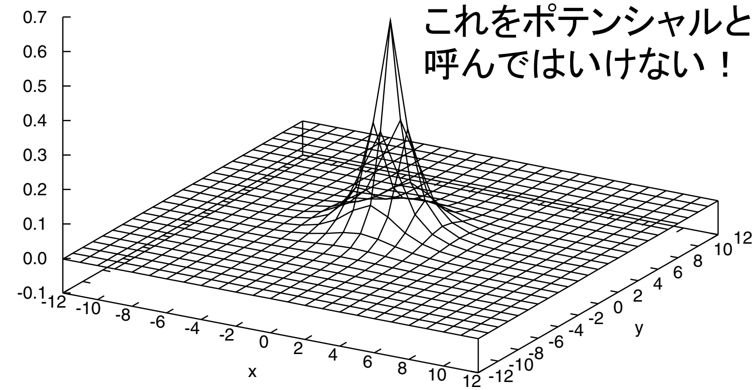
◆ ８月（お盆帰省中）：通ったというお知らせメールが届く。

◆ 帰省後すぐ、ご挨拶にいき、話が進む。

① BS 波動関数 $\phi(\vec{r}) \equiv \langle 0 | \pi(\vec{r})\pi(\vec{0}) | \pi\pi \rangle$

② “ポテンシャル” $V(\vec{r}) = E - \dfrac{H_0\phi(\vec{r})}{\phi(\vec{r})}$

③ ππ系で筑波グループが ”成功” している！
これを核子系に適用して、核力を求めよう！



これをポテンシャルと
呼んではいけない！

FIG. 3. $V(\vec{x}; k)$ in units of $1/a^2$ on 24^3 lattice on $(t, z) = (52, 0)$ plane for $m_\pi^2 = 0.273\ \mathrm{GeV}^2$.

S.Aoki et al.[CP-PACS Coll.],
PRD71,094504(2005).
[石塚論文]

2.注意事項（非常に重要）

◆本日、見せる図の中には、

方法論が未発達の段階における
様々な失敗作の図が含まれていますが、

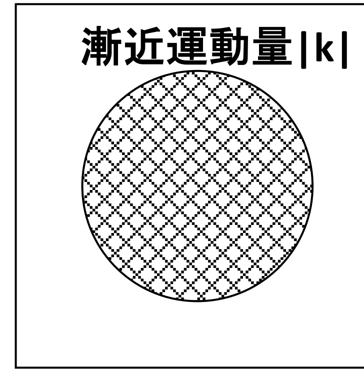
現在、これらの問題は完全に解決済みであり、
問題の欠片すら存在しないことを強調します！

（PACS-CS Coll. 解散までに解決を報告できなかった
ので、この機会に完全解決した事をお知らせする）

Luescherの方法概略（簡略形）

◆ BS波動関数

$$\phi(\vec{r};k) \equiv \langle 0 | \pi(\vec{r})\phi(\vec{0}) | \pi(k)\pi(-k)\rangle$$



◆ effective Schrodinger eq.

$$\left(\Delta + k^2\right)\phi(\vec{x};k) = m\int d^3y U_k(\vec{x},\vec{y})\phi(\vec{y};k)$$

rangeの外では

Helmholtz eq.

$$\left(\Delta + k^2\right)\phi(\vec{x};k) = 0$$

◆ rangeの外での一次独立解(HelmholtzのGreen 関数)

$$G(\vec{x};k^2) \qquad [(\Delta + k^2)G(\vec{x};k^2) = -\delta_L^3(\vec{x})]$$

$$G_{lm}(\vec{x};k^2) \qquad [\equiv \sqrt{4\pi}\,\mathcal{Y}_{lm}(\vec{\nabla})G(\vec{x};k^2)]$$

◆ 上のBS波動関数は、rangeの外でこれらの線形結合となる。

$$\phi(\vec{x};k) = v_{00}(k)G(\vec{x};k^2) + \cdots$$

$$\simeq v_{00}(r)\left(-\frac{k}{4\pi}n_0(kr) + g_{00}(k)j_0(kr) + \cdots\right)$$

$$g_{00}(k) \equiv \frac{1}{L^3}\sum_{\vec{p}\in(2\pi/L)\mathbb{Z}^3}\frac{1}{p^2 - k^2}$$

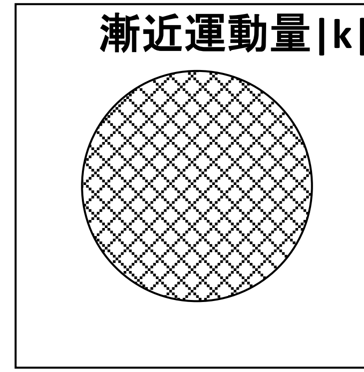
◆ Luescherの公式

$$k\cot\delta_0(k) = \frac{4\pi}{L^3}\sum_{\vec{p}\in(2\pi/L)\mathbb{Z}^3}\frac{1}{p^2 - k^2}$$

Lueschherの公式：時間相関（通常のやり方） vs 空間相関（石塚式）

◆ Lueschherの公式

$$k\cot\delta_0(k)=\frac{4\pi}{L^3}\sum_{\vec{p}\in(2\pi/L)\mathbb{Z}^3}\frac{1}{p^2-k^2}$$



□ BS 波動関数

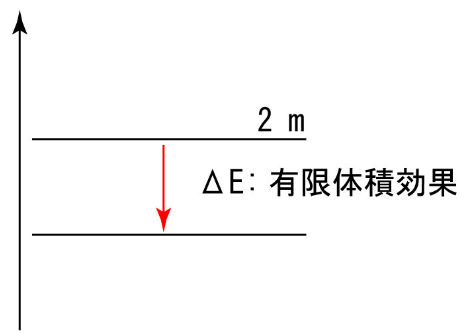
$$\phi(\vec{r};k)\equiv\langle 0\,|\,\pi(\vec{r})\pi(0)\,|\,\pi(+k)\pi(-k)\rangle$$

相互作用の range の外での運動量 k の値が分かれば、
Lueschherの公式に突っ込む事で、そこでの位相差 δ(k)が
格子QCDで計算できる。（有限体積中では、k はとびとびの値しか取れない点に注意）

◆ 二つのアプローチ

□ 時間相関から k を求める。（**通常のやり方**）
有限体積中の2ハドロンのエネルギー（シフト）から計算する。

格子QCDでは、時間相関を計算する様々な方法が開発されているため、空間相関を計るよりも時間相関を計る方が普通である。



□ 空間相関から k を求める。（**石塚式**）
BS波動関数の長距離部分を、HelmholtzのGreen関数
G(x; k)でフィットして k を求める。
S.Aoki et al.[CP-PACS Coll], PRD71,094504(2005).

二つのアプローチの等価性

◆ BS波動関数の長距離漸近形

$$E(\vec{k}) \equiv \sqrt{m_\pi^2 + \vec{k}^2}$$

$$\phi(\vec{x};k) \equiv \langle 0 | \pi(\vec{x})\pi(0) | \pi(+\vec{k})\pi(-\vec{k}), in \rangle$$

$$= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E(\vec{p})} \langle 0 | \pi(\vec{x}) | \phi(\vec{p}) \rangle \cdot \langle \phi(\vec{p}) | \pi(0) | \pi(+\vec{k})\pi(-\vec{k}), \in \rangle + I(\vec{x})$$

$$\simeq Z \left(e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} + \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p}{2E(\vec{p})} \frac{T(\vec{p},\vec{k})}{4E(\vec{k}) \cdot \left(E(\vec{k}) - E(\vec{p}) - i\epsilon \right)} e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} \right)$$

$$\simeq Z \left(e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} + \frac{1}{2i} \left(e^{2i\delta_0(k)} - 1 \right) \frac{e^{ikr}}{kr} \right) + \cdots$$

➔

Energy

$$E = 2\sqrt{m_\pi^2 + \vec{k}^2}$$

の同時刻BS波動関数　ϕ(x; k)は長距離で、
漸近運動量 k に対応する Helmholtz方程式を満たす。

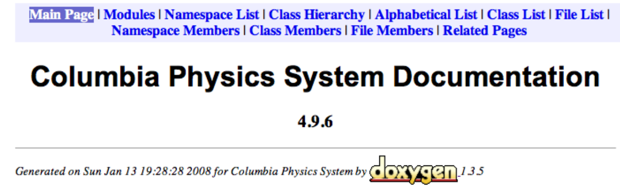
$$\left(\Delta + k^2 \right) \phi(\vec{x};k) = 0$$

要するに等価　（当たり前である！）

4. 核力ポテンシャル（空間相関利用の発展形）

◆ 石塚論文では相互作用のrangeの外に注目して散乱位相差を考えた。
我々は相互作用のrangeの内側に注目して核力ポテンシャルを導こう！

Blue Gene/L@KEKにcpsを急いで移植して、
lattice2006に無理矢理間に合わせた計算結果



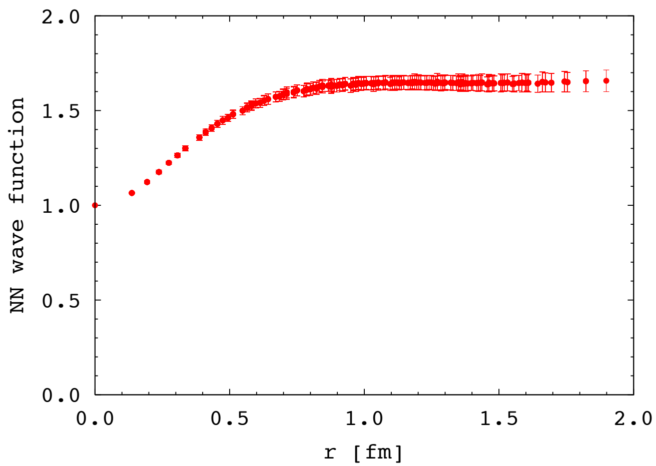


Figure 2: The lattice QCD result of the NN wave function ($J^P = 0^+, I = 1$).

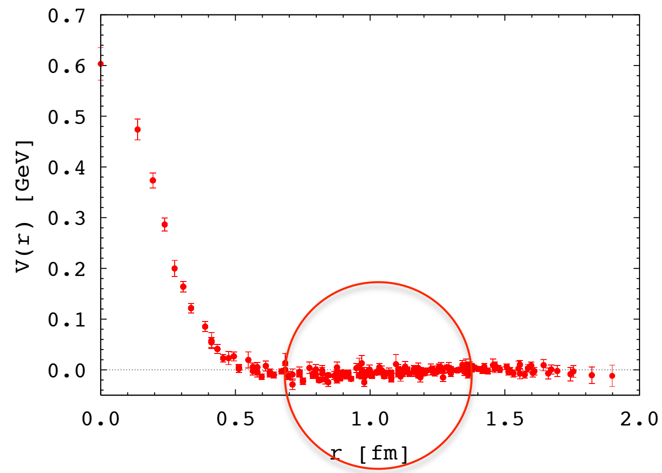


Figure 3: The lattice QCD result of the NN potential $V_{\mathrm{central}}(r)$.

引力は？

Ishii,Aoki,Hatsuda,PoS(LAT2006)109.

- 16^3x32の非常に小さい格子上でのテスト計算をそのままLATTICE2006に持っていった。
  - ❖ cpsの移植が不完全で乱数を保存できなかったため、１回のrunで生成できる配位を使い回した。
（なのでこんな格子サイズ）
  - ❖ もともと、ポスターで申し込んだ発表を、初田さんが力で講演に振り替えた！さすが！！！
- 小さい格子だったから間引く必要もなかったが、これは引力が・・・
  - ❖ 統計的に失敗する危険性が非常大きいという人が多かった計算なので、
このタイミングでこの結果は大成功！

核力ポテンシャル:空間相関利用の発展形

◆ おなじセットアップで体積を倍にした計算(32^3x32)　[cpsの扱いになれてきた]
Ishii,Aoki,Hatsuda, PRL99,022001(2007).

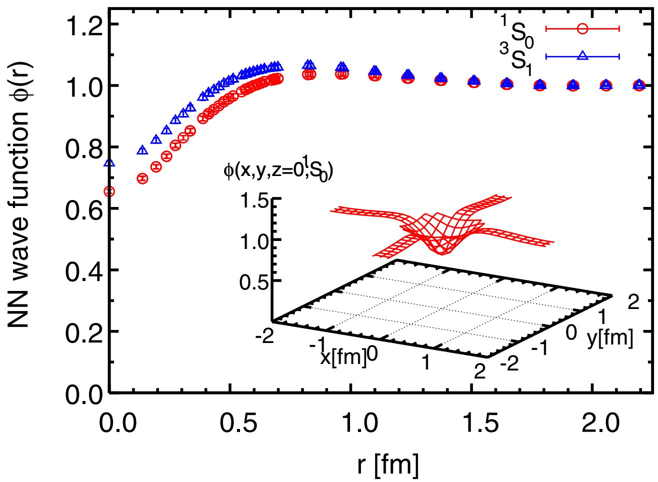


FIG. 2 (color online). The lattice QCD result of the radial dependence of the NN wave function at $t - t_0 = 6$ in the $^1S_0$ and $^3S_1$ channels. Inset shows the two-dimensional view in the $x - y$ plane.

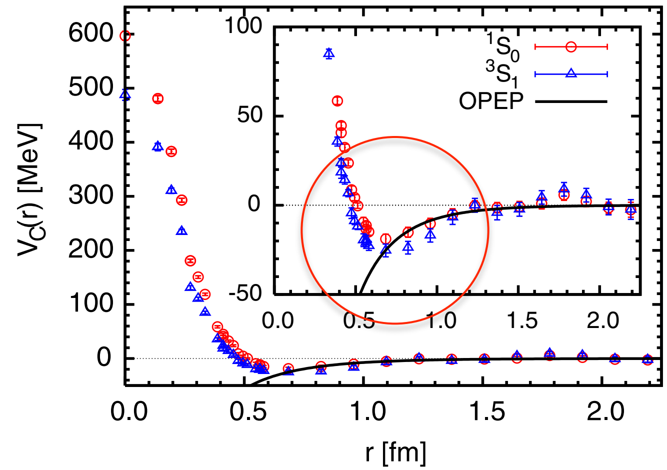


FIG. 3 (color online). The lattice QCD result of the central (effective central) part of the NN potential $V_C(r)$ [$V_C^{\mathrm{eff}}(r)$] in the $^1S_0$ ($^3S_1$) channel for $m_\pi/m_\rho = 0.595$. The inset shows its enlargement. The solid lines correspond to the one-pion exchange potential (OPEP) given in Eq. (5).

引力あり！

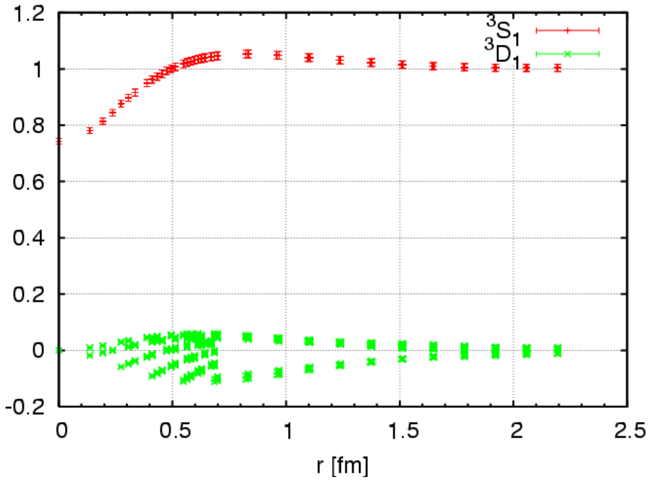
$$V(\vec{r}) = \frac{k^2}{m_N} + \frac{1}{2\mu}\frac{\vec{\nabla}^2\phi(\vec{r})}{\phi(\vec{r})}$$

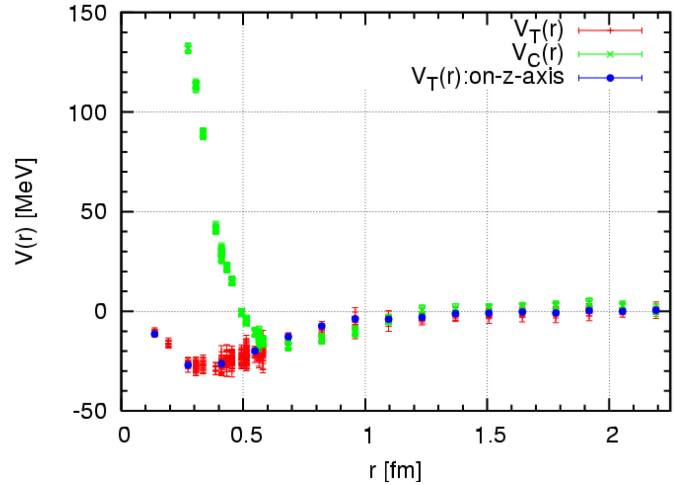
ここの k^2は、BS波動関数の長距離部分をHelmholtzのグリーン関数でフィットして求めていた。
（空間相関利用。間引いているからこのやり方しかない）

- E(1S0)～ー0.49(15) MeV, E(3S1)～ー0.67 MeV.
- a(1S0)～0.066(22) fm, a(3S1)～0.089(27) fm [小さい！]

核力ポテンシャル：空間相関利用の発展系

◆ テンソル力
（BS波動関数を見ていたら、D波のシグナルもとれてい事に気づいた）



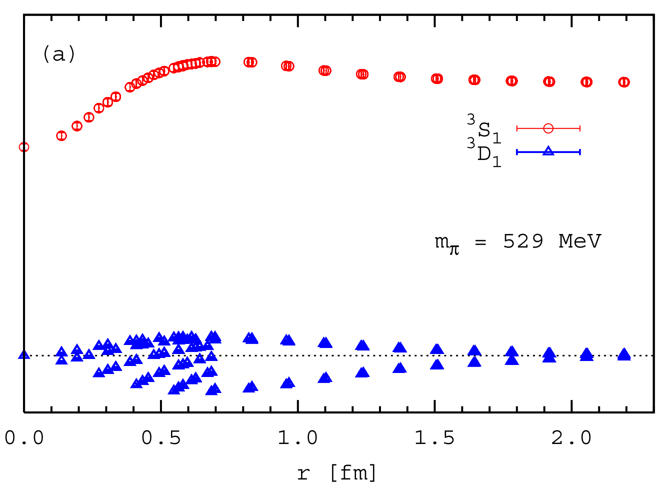


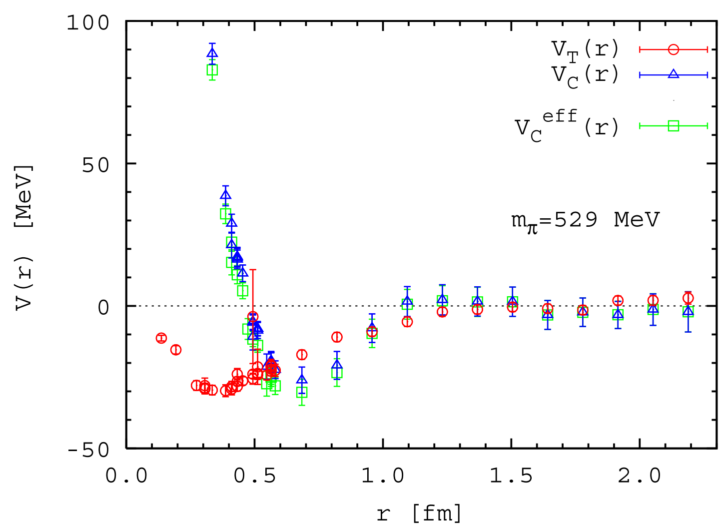
ノイズがあまりにひどかったので、座標軸状だけをプロットするとなんとか見られる形になった。

（でも、現在の村野さんのLS力のノイズはこんな生半可なものではないのだ！）

石井＠2007年日本物理学会（秋）＠北大

ノイズ落としの努力➔Aoki,Hatsuda,Ishii,PTP123(2009)89.

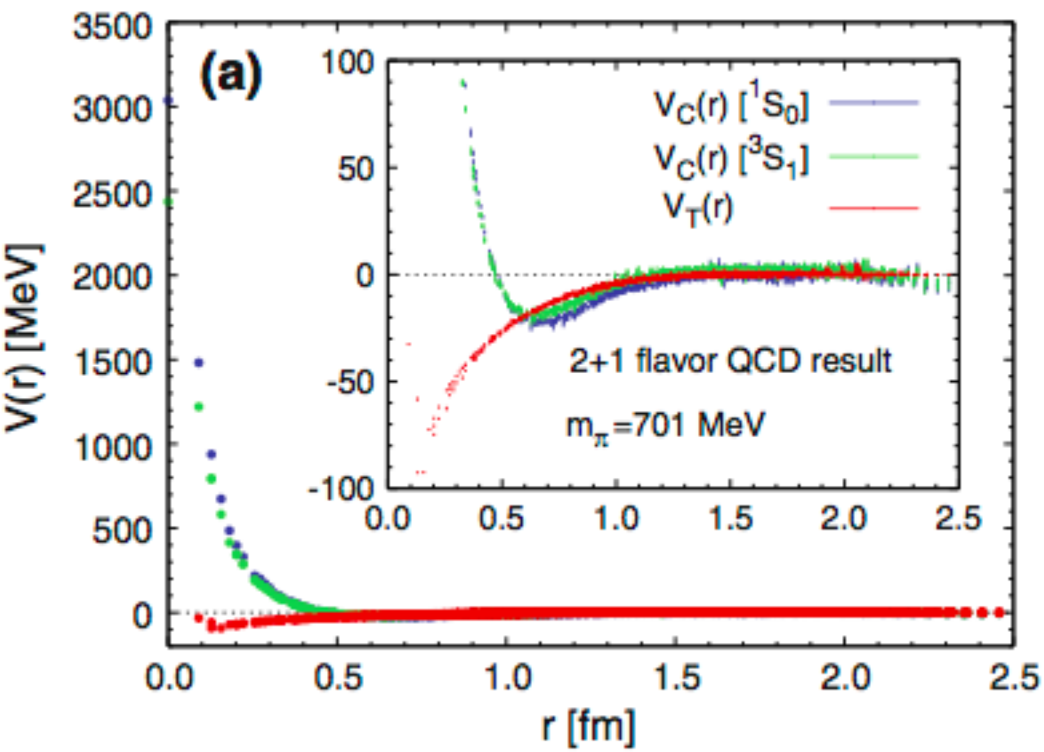




核力ポテンシャル:空間相関利用の発展系

◆ フーリエ変換を使って全点計算が可能になった。[**悪夢の始まり**]

- このころから、full QCD一辺倒になる。
- BS波動関数のファイル容量が極端に増えたため、
  CCSの共用パーティションをパンク寸前に追い込んで顰蹙を買う。
- 見た目は確かに美しくなったが、図(eps file)がすごく重たくなる。
  (arXivの容量制限にちょくちょく引っかかるようになる)
- k^2の計算で、空間相関だけでなく、時間相関も可能になった。

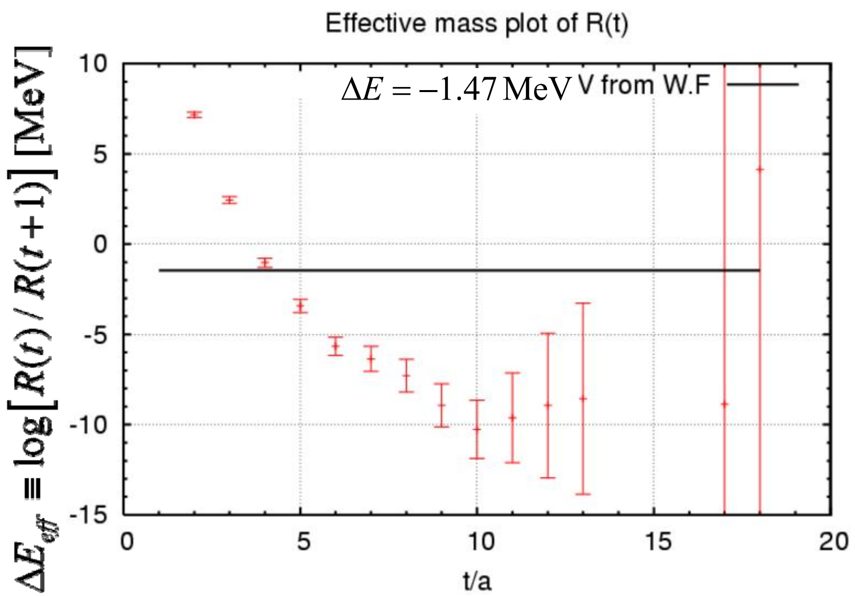


5. 問題発生(ポテンシャル長距離の不定性)

◆ 全点でBS波動関数が計算可能になったので、ポテンシャルの k^2/mNの値をいろいろ計算して遊んでいて、問題[**悪夢**]に直面。

$$V(\vec{r}) \equiv \frac{k^2}{m_N} + \frac{H_0\psi(\vec{r})}{\psi(\vec{r})}$$

この値がきれいに決まらないと、
ポテンシャルの零点調整がうまくいかず、
非常に困った状況になる。



$m_\pi \simeq 700\,\mathrm{MeV}$

$$R(t) \equiv \frac{C_{NN}(t)}{C_N(t)^2} \sim A\, e^{t\Delta E}$$

$$C_{NN}(t) \equiv \sum_{\vec{x}} \langle 0 | T[N(\vec{x},t) N(\vec{0},t)\, \bar{N}(t=0) \bar{N}(t=0)] | 0 \rangle$$

$$C_N(t) \equiv \sum_{\vec{x}} \langle 0 | T[N(\vec{x},t)\, \bar{N}(t=0)] | 0 \rangle$$

散乱長:
(1) a0(時間相関) ~4.8(5) fm
(2) a0(空間相関) ~0.131(18) fm

空間相関と時間相関で不一致!

考えられる原因:ground state saturation

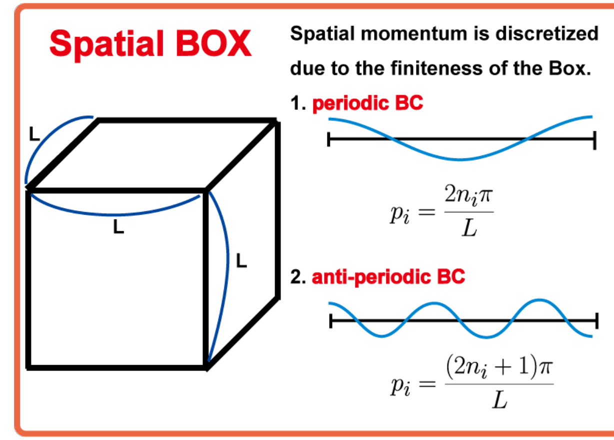
$$C_{NN}(\vec{x}-\vec{y},t) \equiv \langle 0 | T[N(\vec{x},t) N(\vec{y},t) \cdot \overline{NN}(t=0)] | 0 \rangle = \sum_n \psi_n(\vec{x}-\vec{y}) \cdot a_n \exp(-E_n t)$$

原理的には、t を大きくすれば解決するが、
2バリオン系では、t をあまり大きくとれない。

Ground state saturation

- NBS波動関数を核子4点関数から取り出す際、ground state saturationは重要である。

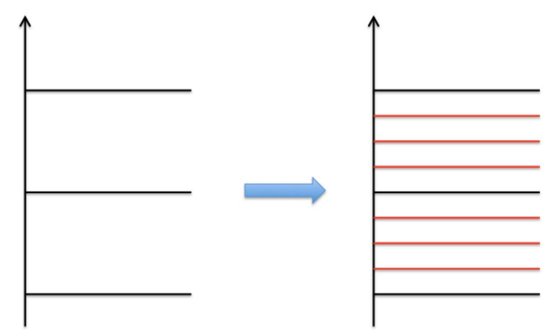
$$C_{NN}(\vec{x}-\vec{y},t) \equiv \left\langle 0 \middle| T\left[N(\vec{x},t)N(\vec{y},t)\cdot \overline{NN}(t=0)\right] \middle| 0 \right\rangle$$
$$= \sum_n \psi_n(\vec{x}-\vec{y})\cdot a_n \exp(-E_n t)$$



- 空間体積大において,
ground state saturationの達成はだんだん難しくなる。
典型的なエネルギーギャップがO(1/L²)で縮むから。

$$\Delta E = E_{i+1} - E_i \sim \frac{(2\pi)^2}{m_N}\frac{1}{L^2} \qquad \left(E_i \sim 2m_N + \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{m_N} + \cdots; \quad \vec{p}_i \simeq \frac{2\pi}{L}\vec{n}_i \right)$$

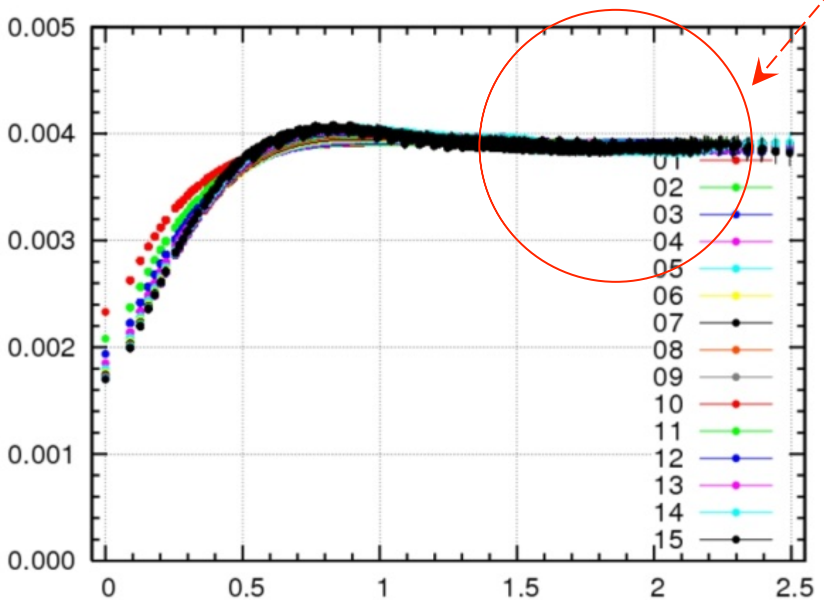
L が倍になると、
スペクトル密度は4倍になる。



“BS波動関数”の時間依存性

◆ 長距離の収束性が非常に遅い。

$C_{NN}(\vec{x},t)$ （normalized）



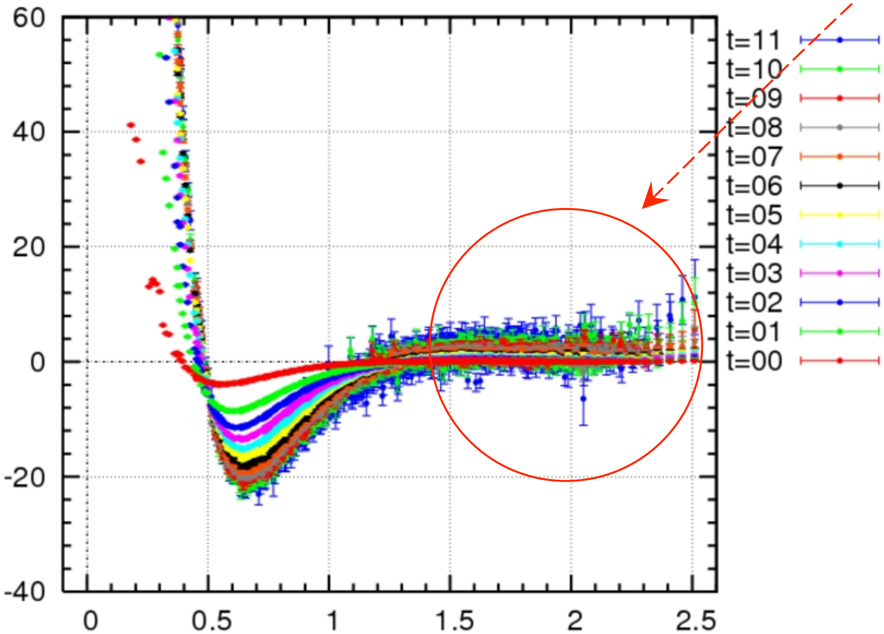
この部分の収束が非常に遅い。

（でも、この図からは分りにくい）

“ポテンシャル”の形にした方が見やすい

◆ 長距離の収束性が非常に遅い。

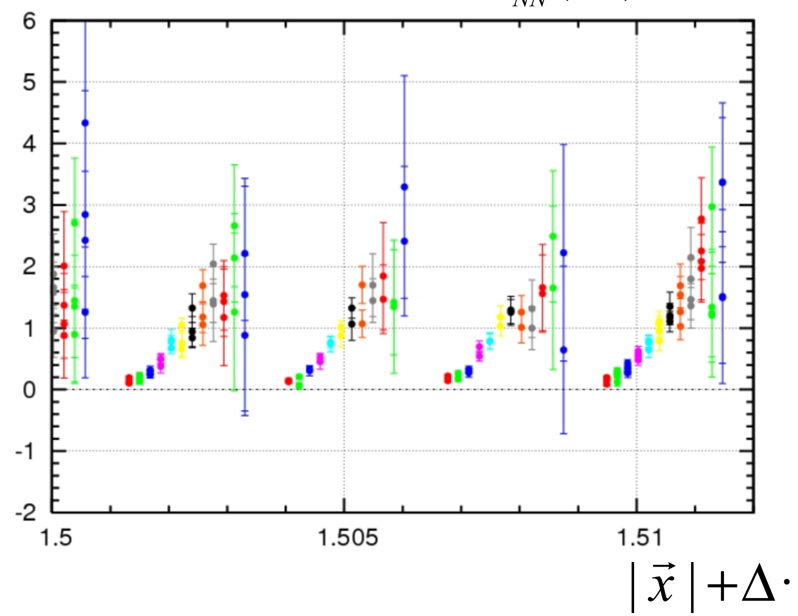
$$-\frac{H_0 C_{NN}(\vec{x},t)}{C_{NN}(\vec{x},t)}$$



この部分の収束が非常に遅い。

非常に注意深く見ると、
非常にゆっくりと成長を続けている。

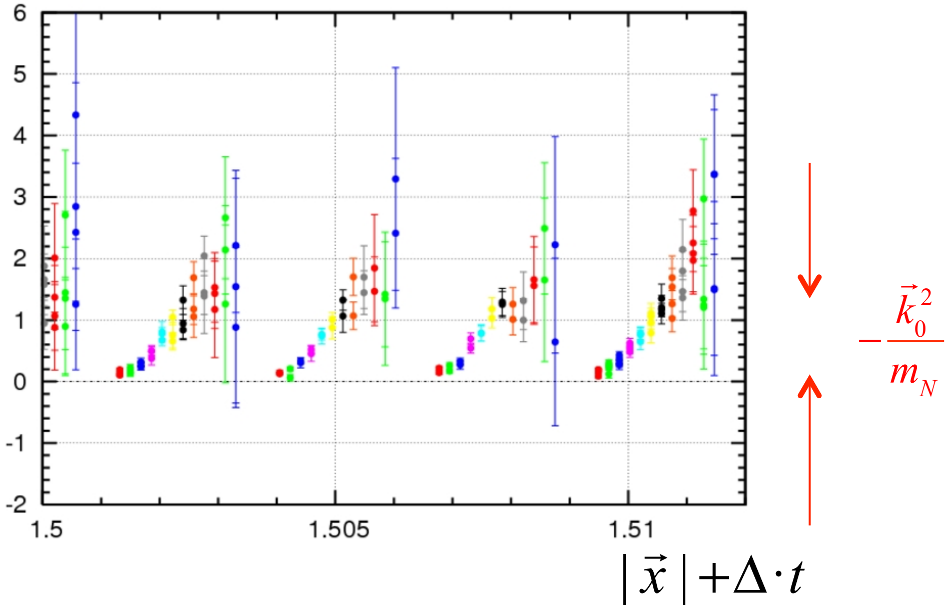
t evolution of $-\frac{H_0 C_{NN}(\vec{x},t)}{C_{NN}(\vec{x},t)}$

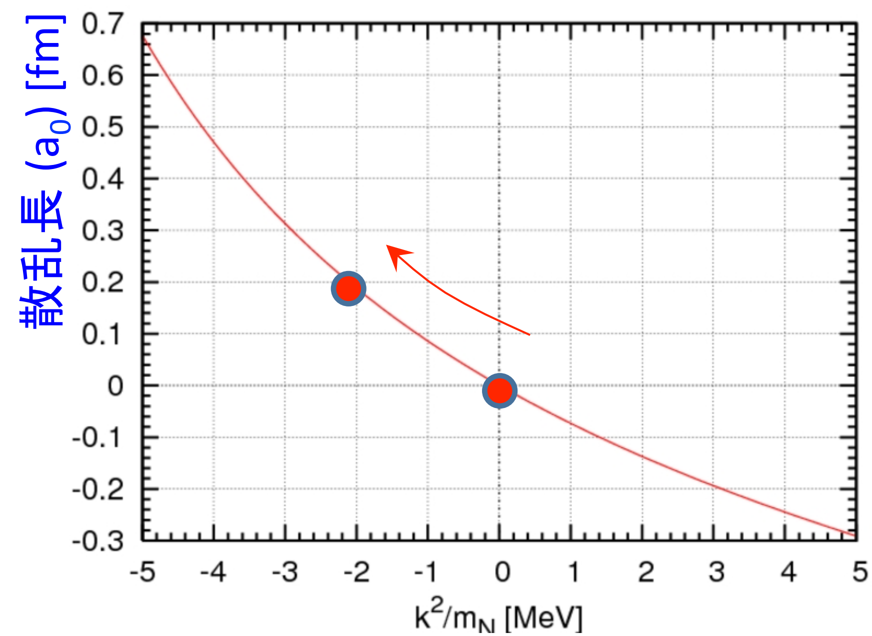


この不定性のせいで散乱長が小さくでる。

$$-\frac{H_0 C_{NN}(\vec{x},t)}{C_{NN}(\vec{x},t)} \rightarrow -\frac{H_0 \psi_{\vec{k}_0}(\vec{x})}{\psi_{\vec{k}_0}(\vec{x})} \quad \left(= V(\vec{x}) - \frac{\vec{k}_0^{\,2}}{m_N} \right)$$

$$\frac{1}{\frac{4\pi}{L^3}\sum_{\vec{n}\in\mathbb{Z}^3}\frac{1}{(2\pi/L)^2\vec{n}^2-k^2}} \quad (\sim a_0)$$





各 t で、$-k^2/m_N$（の候補）が得られる。

ground state saturationが不十分だと、

➔ $-k^2/m_N$が、本当の値よりも小さく出る。

➔ 散乱長が、本当の値よりも弱く出る。

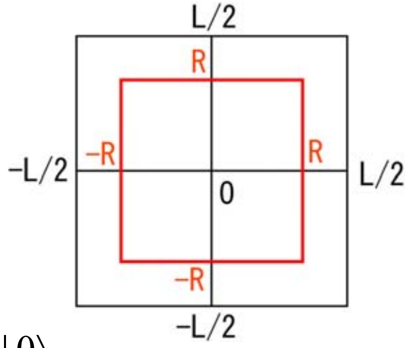
上下のシフトだけでも正しく決めようとするが。。。

Identification of plateau

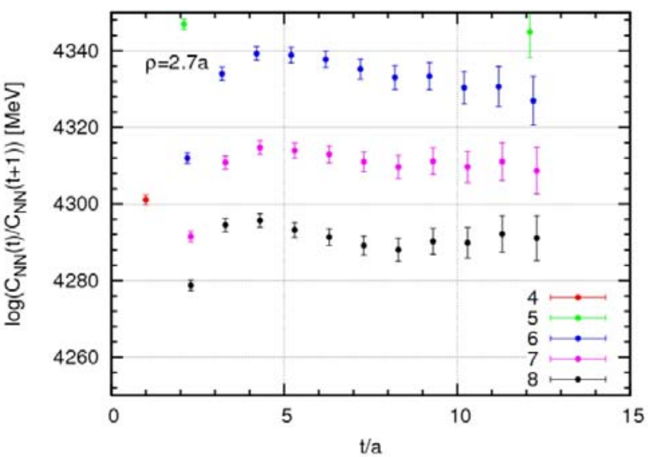
- sink operator dependence

$$C_{NN}(t;R) \equiv \sum_{-R<x,y,z\le R} C_{NN}(x,y,z;t)$$

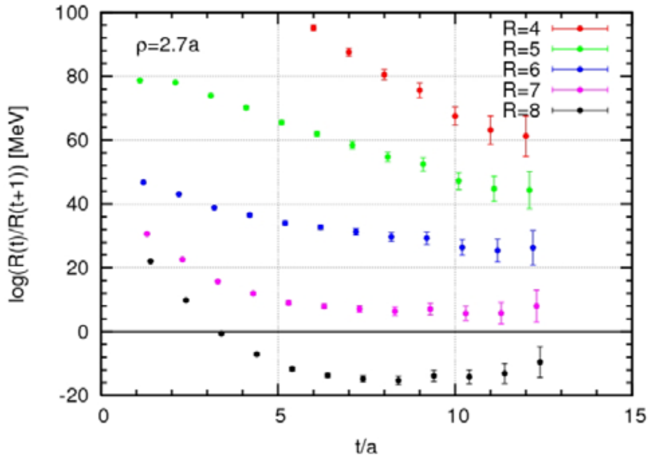
$$C_{NN}(x,y,z;t) \equiv \langle 0 | N(x,y,z;t) N(0,0,0;t)\ \overline{N}\overline{N}(t=0) | 0 \rangle$$



$$C_{NN}(t)$$



$$R(t) \equiv C_{NN}(t) \big/ C_N(t)^2$$



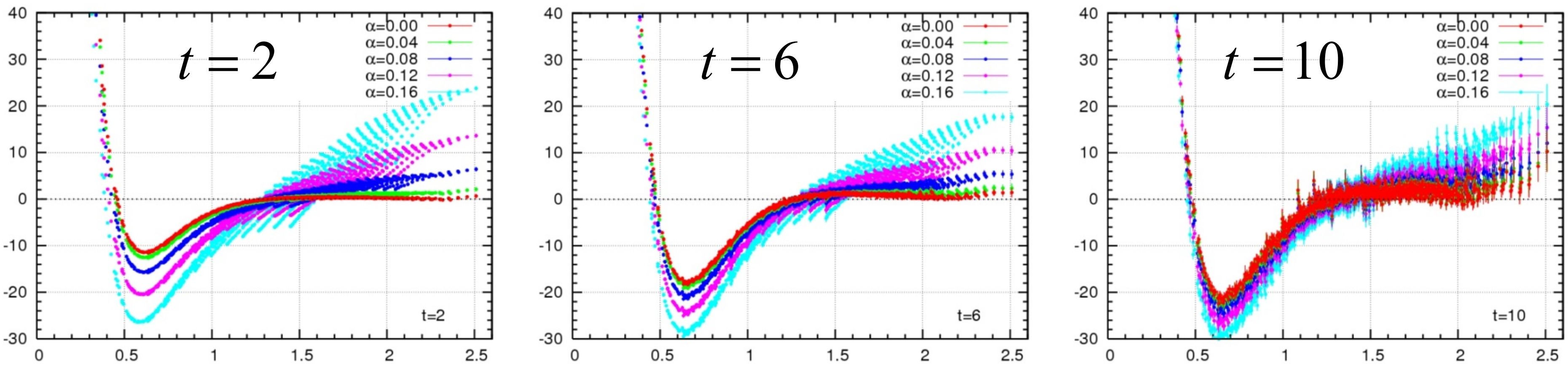
R=7 ←→ R=8 It does not seems to be possible to determine which is better.

sourceをいじって、上下から挟み撃ちにしようとする。。。

◆ **α source** (flat wall source の一つの拡張形)

$$f(x,y,z) = 1 + \alpha\left(\cos(2\pi x/L) + \cos(2\pi y/L) + \cos(2\pi z/L)\right)$$

$$\boxed{-\frac{H_0 C_{NN}(\vec{x},t)}{C_{NN}(\vec{x},t)}} \rightarrow -\frac{H_0 \psi_{\vec{k}_0}(\vec{x})}{\psi_{\vec{k}_0}(\vec{x})} \quad \left(= V(\vec{x}) - \frac{\vec{k}_0^2}{m_N} \right)$$



値を定量的に確定するには**極点に大きな t (>> 10)** が必要。

➔

毎回、いろんな問題にあわせてベストなソースを探すのは大変。

“時間依存”法
（空間相関の時間相関を使う方法）

従来のアルゴリズム (“時間非依存型”)

◆ HAL QCD 核力生成アルゴリズム

格子QCDでは、”方法”よりも”結果”の方が先に求まる事がちょくちょくある。
(”結果(位相差)”使って“方法(ポテンシャル)”を定義している)

格子QCD

↓

核子4点関数

$$C_{NN}(t,\vec{x}) \equiv \langle 0|T[N(\vec{x},t)N(\vec{0},t)\cdot\bar{J}(t=0)]|0\rangle$$

$t \longrightarrow +\infty$ →

$$C_{NN}(t,\vec{x}) = \sum_n \psi_n(\vec{x}) a_n \exp(-E_n t)$$

BS波動関数

↓ **Schrodinger eq.**

$$\left(k^2/m - H_0\right)\psi_{\vec{k}}(\vec{x}) = \int d^3x' U(\vec{x},\vec{x}')\psi_{\vec{k}}(\vec{x}')$$

ポテンシャル

↓

位相差・束縛状態等

BS波動関数の長距離漸近形

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{x}-\vec{y}) \equiv Z^{-1}\langle 0|N(\vec{x})N(\vec{y})|N(\vec{k})N(-\vec{k}),in\rangle$$

$$= e^{2i\delta_0(k)}\frac{\sin(k|\vec{x}-\vec{y}|+\delta_0(k))}{r|\vec{x}-\vec{y}|}+\cdots$$

⇒ 位相差に忠実なポテンシャル

新型アルゴリズム (“時間依存型”)

◆ HAL QCD 核力生成アルゴリズム

”結果(位相差)”の方が“方法(ポテンシャル)”より定義しやすかったけれども、このやり方では“方法”を先に求める方が、不定性が小さい。

格子QCD

↓

核子4点関数

$$C_{NN}(t,\vec{x}) \equiv \langle 0 | T[N(\vec{x},t)N(\vec{0},t)\cdot \bar{J}(t=0)] | 0\rangle$$

$t \longrightarrow +\infty$ → BS波動関数

$$C_{NN}(t,\vec{x}) = \sum_n \psi_n(\vec{x}) a_n \exp(-E_n t)$$

Schrodinger eq.

$$\left(k^2/m - H_0\right)\psi_{\vec{k}}(\vec{x}) = \int d^3x' U(\vec{x},\vec{x}')\psi_{\vec{k}}(\vec{x}')$$

ポテンシャル

↓

位相差・束縛状態等

時間発展から相互作用を直接読む

Time-dep. Schrodinger-like eq.

$$\left(\frac{1}{4m}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} - H_0\right) R(t,\vec{x}) = \int d^3x' U(\vec{x},\vec{x}') R(t,\vec{x}')$$

$$R(t,\vec{x}) \equiv C_{NN}(t,\vec{x}) / C_N(t)^2$$

BS波動関数の長距離漸近形

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{x}-\vec{y}) \equiv Z^{-1}\langle 0 | N(\vec{x})N(\vec{y}) | N(\vec{k})N(-\vec{k}), in\rangle$$

$$= e^{2i\delta_0(k)} \frac{\sin(k|\vec{x}-\vec{y}| + \delta_0(k))}{r|\vec{x}-\vec{y}|} + \cdots$$

⇒ 位相差に忠実なポテンシャル

"Time-dependent" Schrodinger-like equation

◆ Normalized NN correlator (R-correlator)

$$R(t,\vec{x}) \equiv e^{2m_N \cdot t} \cdot C_{NN}(t,\vec{x}) = \sum_{\vec{k}} a_{\vec{k}} \exp\left(-t\Delta W(\vec{k})\right)\psi_{\vec{k}}(\vec{x})$$

t は十分に大
（C_{NN}中のinelastic contribution を suppressするため）

$$\boxed{\Delta W(\vec{k}) \equiv 2\sqrt{m_N^2 + \vec{k}^2} - 2m_N}$$

◆ 導出

$$-\frac{\partial}{\partial t}R(t,\vec{x}) = \sum_{\vec{k}} a_{\vec{k}} \Delta W(\vec{k}) \exp\left(-t\Delta W(\vec{k})\right)\psi_{\vec{k}}(\vec{x})$$
$$= \sum_{\vec{k}} a_{\vec{k}} \left\{\frac{\vec{k}^2}{m_N} - \frac{\Delta W(\vec{k})^2}{4m_N}\right\} \exp\left(-t\Delta W(\vec{k})\right)\psi_{\vec{k}}(\vec{x})$$
$$= \sum_{\vec{k}} a_{\vec{k}} \left\{H_0 + U - \frac{1}{4m_N}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right\} \exp\left(-t\Delta W(\vec{k})\right)\psi_{\vec{k}}(\vec{x})$$

恒等式

$$\Delta W(\vec{k}) = \frac{\vec{k}^2}{m_N} - \frac{\Delta W(\vec{k})^2}{4m_N}$$

ポテンシャルの定義式

$$\left(H_0 + U\right)\psi_{\vec{k}}(\vec{x}) = \frac{\vec{k}^2}{m_N}\psi_{\vec{k}}(\vec{x})$$

Time-dep. Schrodinger-like eq.

$$\boxed{\left\{\frac{1}{4m_N}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} - H_0\right\} R(t,\vec{x}) = \int d^3x' U(\vec{x},\vec{x}') R(t,\vec{x}')}$$

空間相関の時間相関から相互作用を引き抜くための方程式

Numerical Application

◆ 微分展開（最低次）でポテンシャルを求める。

$$U(\vec{x},\vec{x}') = \left(V_C(\vec{x}) + O(\vec{\nabla}^2)\right)\delta(\vec{x}-\vec{x}') \qquad (^1S_0 \text{ channel})$$

$$\left\{\frac{1}{4m_N}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} - H_0\right\} R(t,\vec{x}) = V_C(\vec{x}) R(t,\vec{x})$$

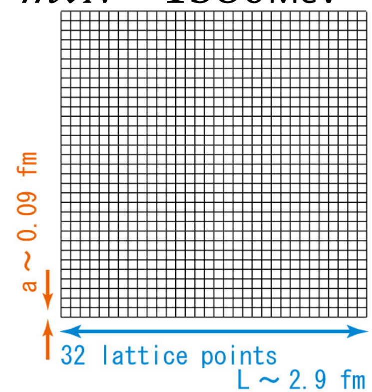
$$\Rightarrow$$

$$V_C(r) = -\frac{H_0 R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})} - \frac{(\partial/\partial t) R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})} + \frac{1}{4m_N}\frac{(\partial/\partial t)^2 R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})}$$

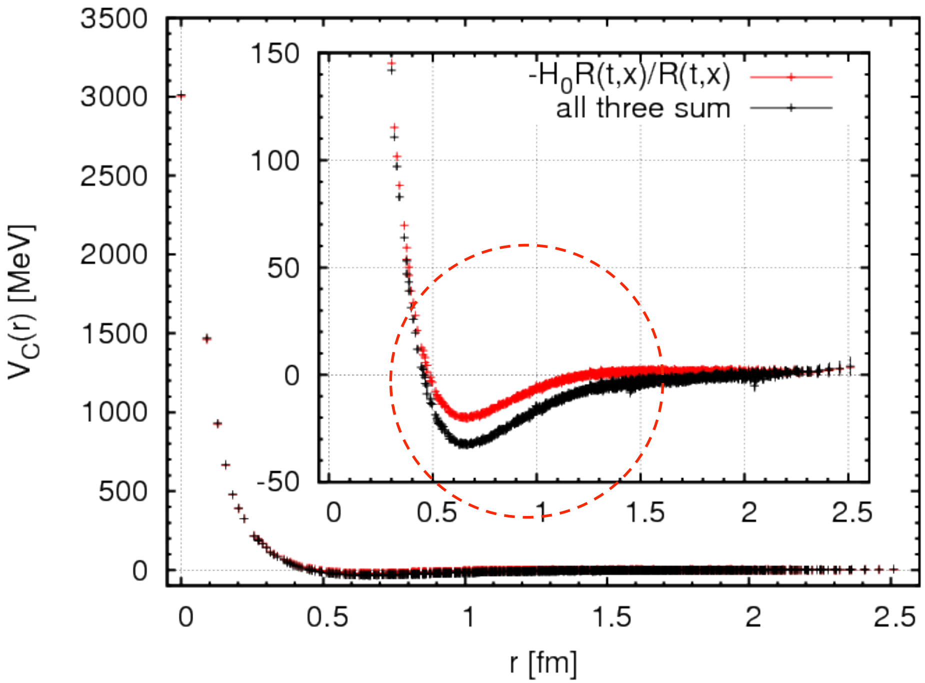
ILDG JLDG Japan Lattice Data Grid

2+1 flavor gauge config.
by PACS-CS Coll.

$m_\pi \sim 700$ MeV,
$m_N \sim 1580$ MeV



$(t=8)$



- 引力部分が深くなり、
- レンジも伸びた。

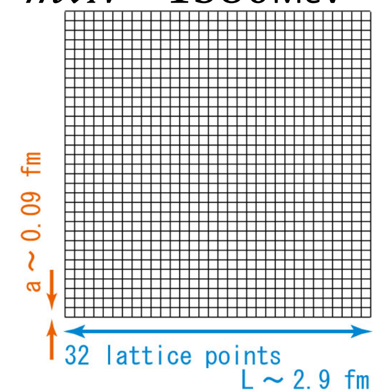
この違いが意味するところ：
長距離の不定性だけに注目してきたけれども、他の部分も収束しきっていなかった！

(Numerical derivatives are evaluated by 5 point formula.)

Numerical Application

ILDG JLDG Japan Lattice Data Grid

2+1 flavor gauge config.
by PACS-CS Coll.
$m_\pi \sim 700$ MeV,
$m_N \sim 1580$ MeV

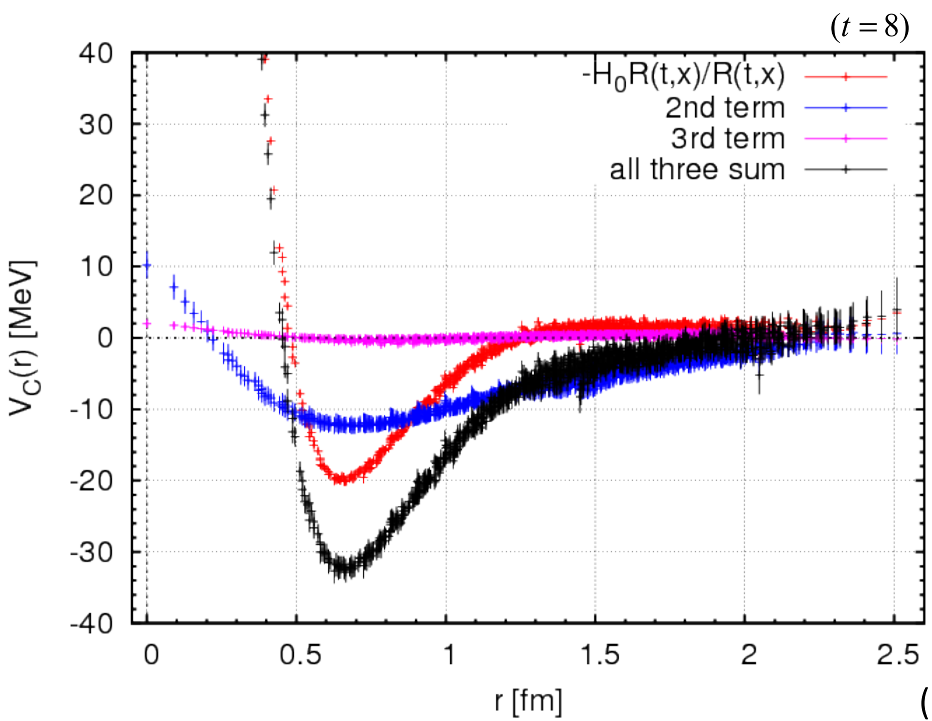


◆ 微分展開(最低次)でポテンシャルを求める。

$$U(\vec{x},\vec{x}') = \left(V_C(\vec{x}) + O(\vec{\nabla}^2)\right)\delta(\vec{x}-\vec{x}') \qquad (^1S_0 \text{ channel})$$

$$\left\{\frac{1}{4m_N}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} - H_0\right\} R(t,\vec{x}) = V_C(\vec{x}) R(t,\vec{x})$$

$$V_C(r) = -\frac{H_0 R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})} - \frac{(\partial/\partial t) R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})} + \frac{1}{4m_N}\frac{(\partial/\partial t)^2 R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})}$$



項別に分解

◆ **第1項 : main contribution**

◆ **第2項: important correction**

$$\frac{(\partial/\partial t) R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})} = \frac{\partial}{\partial t}\log\left(R(t,\vec{x})\right)$$

各点毎の effective mass plot

➔ Its non-constantness implies ground state saturation is not fulfilled

◆ **第3項: negligible**

(Numerical derivatives are evaluated by 5 point formula.)

Source 依存性は吸収される

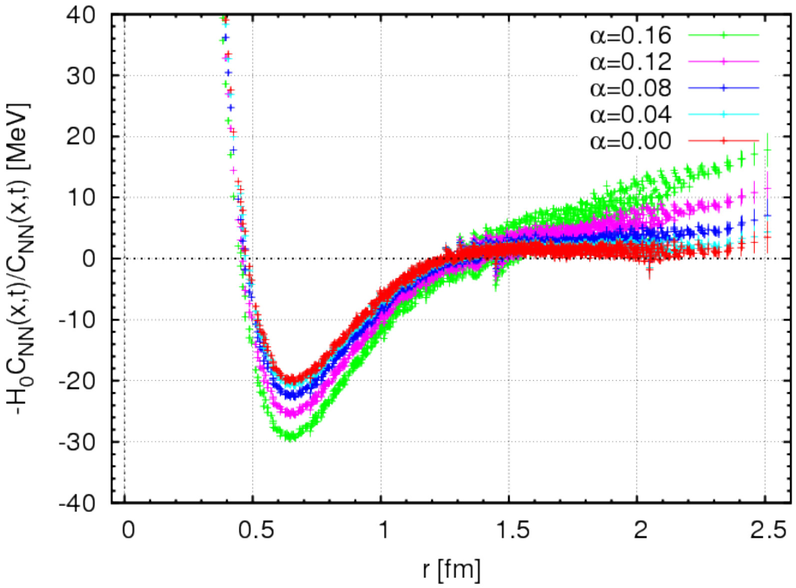
- α source

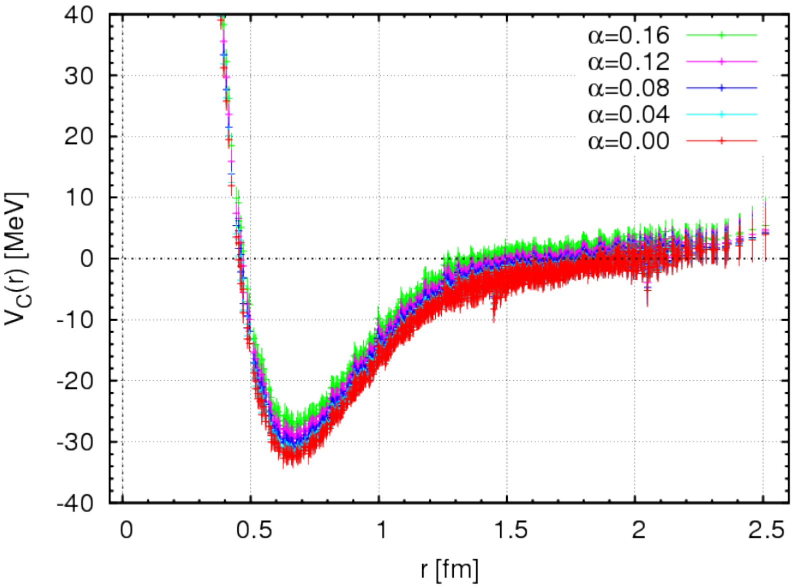
$$f(x,y,z) = 1 + \alpha\left(\cos(2\pi x/L) + \cos(2\pi y/L) + \cos(2\pi z/L)\right)$$

$$H_0 C_{NN}(\vec{x},t)/C_{NN}(\vec{x},t)$$
$$\to \frac{H_0\psi_{\vec{k}}(\vec{x})}{\psi_{\vec{k}}(\vec{x})} \left(= V_{\mathrm{C}}(r) - \frac{\vec{k}^2}{m_N} \right)$$

$$(t=8)$$

$$V_{\mathrm{C}}(r)$$
$$= -\frac{H_0 R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})} - \frac{(\partial/\partial t)R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})} + \frac{1}{4m_N}\frac{(\partial/\partial t)^2 R(t,\vec{x})}{R(t,\vec{x})}$$





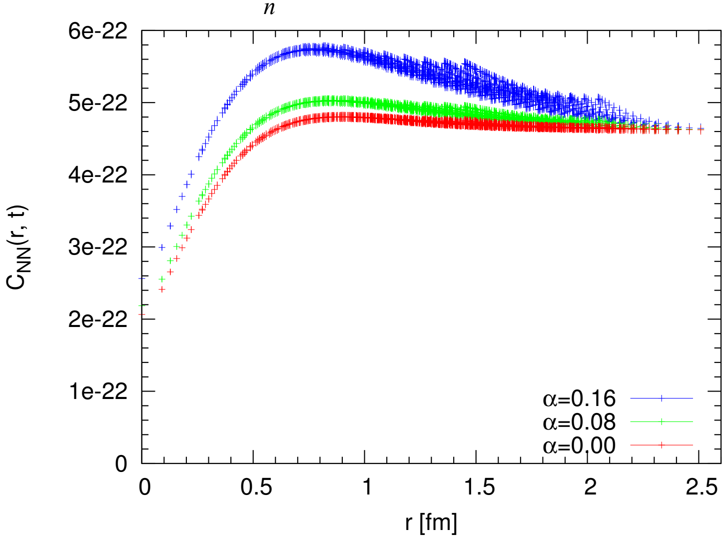
ground state saturation はもういらない。

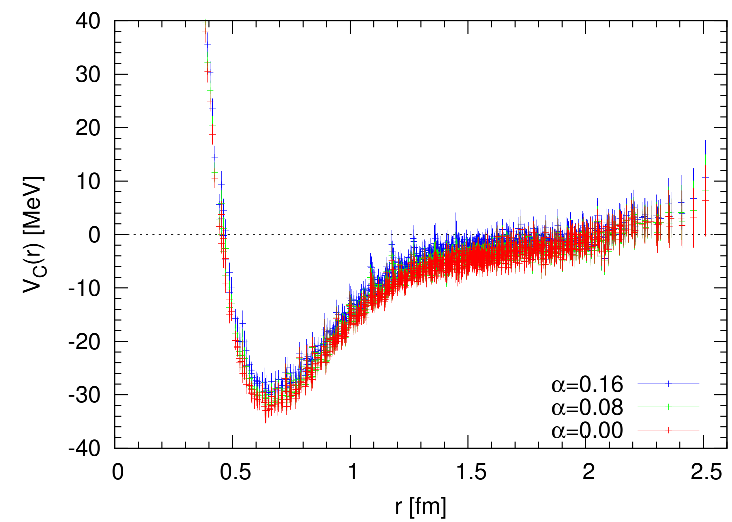
- Source function (with a single real parameter alpha)

$$f(x,y,z)=1+\alpha\left(\cos(2\pi x/L)+\cos(2\pi y/L)+\cos(2\pi z/L)\right)$$

- alpha is used change the mixtures of NBS wave function

$$C_{NN}(\vec{x}-\vec{y},t)\equiv\langle 0|T[N(\vec{x},t)N(\vec{y},t)\cdot\overline{\mathcal{J}}(t=0;\alpha)]|0\rangle$$
$$=\sum_n \psi_n(\vec{x}-\vec{y})\cdot a_n(\alpha)\cdot\exp(-E_n t)$$



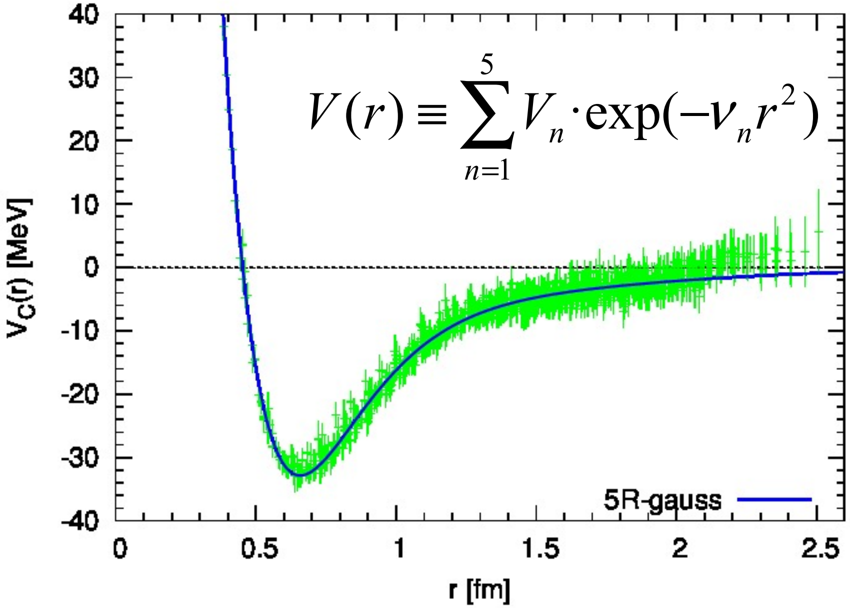


- “Time-dependent” Schrodinger-like equation leads to alpha-independent result.

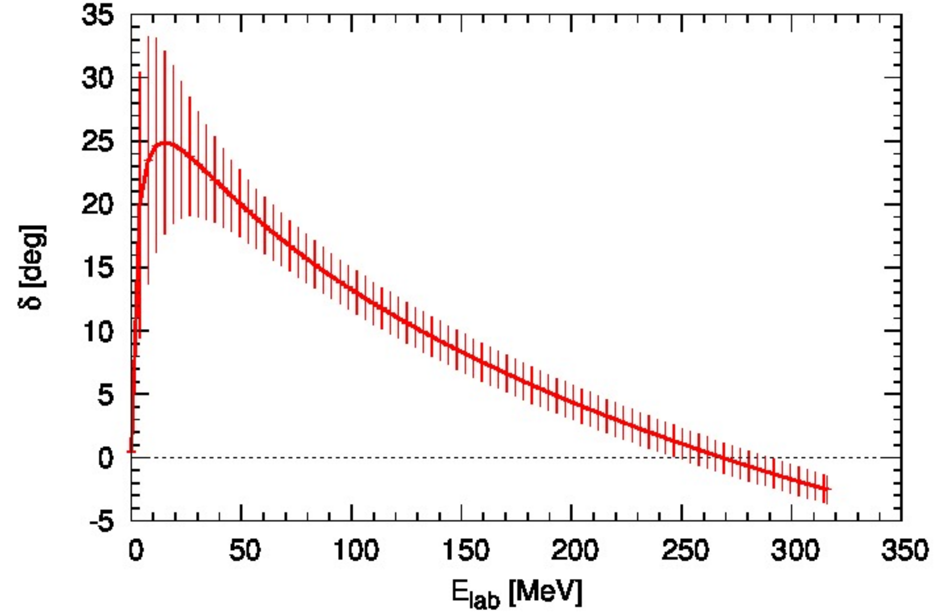
$$\boxed{\left(\frac{1}{4m_N}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial}{\partial t}-H_0\right)R(t,\vec{x})=\int d^3x' U(\vec{x},\vec{x}')R(t,\vec{x}')}$$

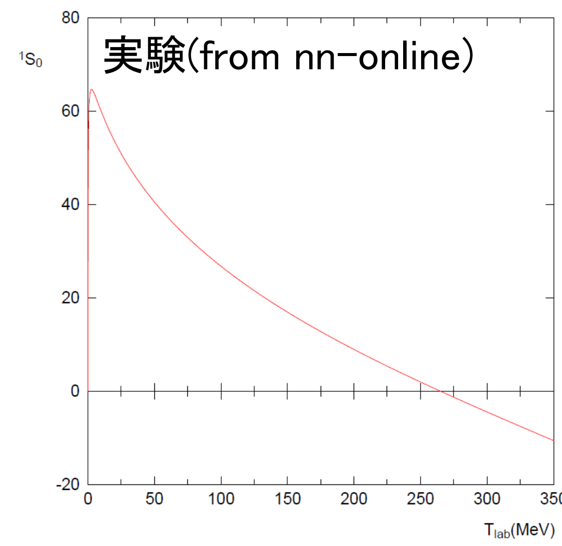
位相差と散乱長は大幅に改善している

5-range Gauss関数によるフィット



1S0 位相差





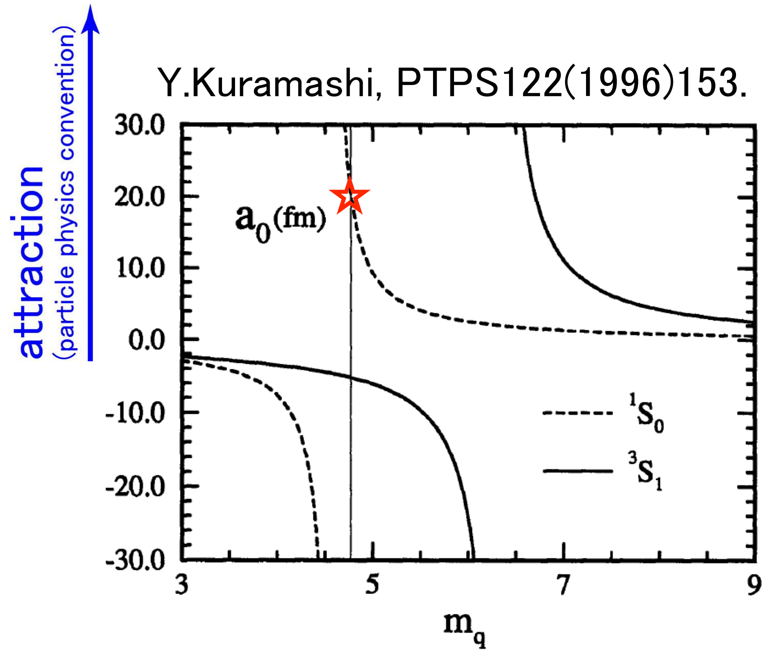
引力的散乱長(at mpi=700 MeV)

$a_0(^1S_0) = 1.6(11)$ fm （実験値：～20 fm）

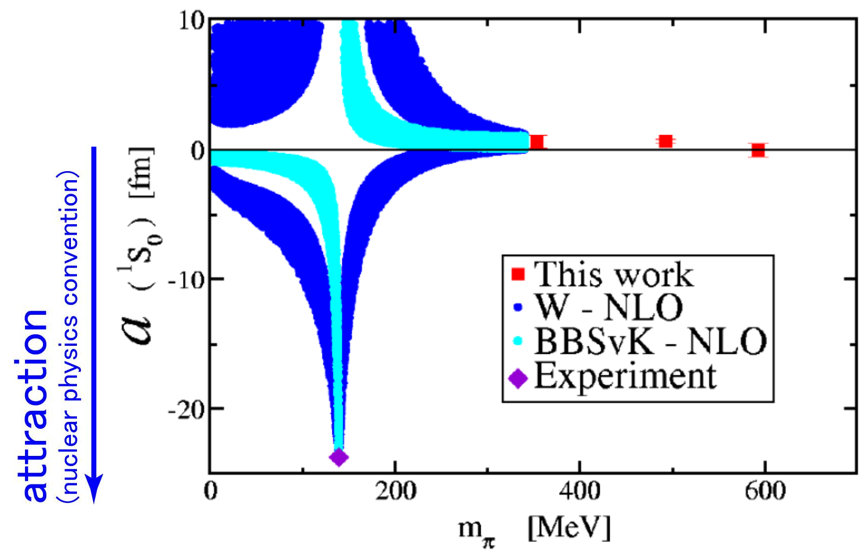
[束縛状態なし]

NN散乱長のクォーク質量依存性：諸説

Y.Kuramashi, PTPS122(1996)153.



S.Beane et al., PRL97,012001(2006).



❖ クォーク質量が減ると<u>引力的になる</u>場合。
（pion exchangeの引力が強くなると思えば自然）

❖ 重たい領域では束縛状態は当然存在しない。

❖ 空間相関の時間相関を利用するグループ
HAL QCD Coll.

❖ クォーク質量が減ると<u>引力が弱くなる</u>場合。
（斥力芯の成長が pion exchangeの引力の成長に勝つと思えば可能）

❖ 重たい領域で束縛状態が存在する。

❖ 時間相関を利用するグループ
Yamazaki グループ
NPL QCD Coll.

物理クォーク質量の近傍で、束縛状態生成・消滅に関連して散乱長が急激に変化する（unitary region）
➔ 軽いクォーク質量を採用した直接計算が重要！

今後

- HPCI分野5課題1（これで一区切り）
  - L=9 fm (96^4) 格子（物理クォーク質量採用）で、現実的バリオン相互作用を生成。
    - NN:
      中心力、テンソル力、**LS力、負パリティー**
    - ハイペロン間力：
      S=0,-1,..,-4で**結合チャンネルハイペロン相互作用**
      中心力、**テンソル力、LS力、反対称LS力、負パリティー**
    - 三体力
  - 重陽子が正しく出せるのか？（まだ見落としているところがあるか？）